UNTERSUCHUNGEN ÜBER DIE BAHN DES SIEBENTEN SATURNSTRABANTEN HYPERION.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

GENEHMIGT

VON DER PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT
ZU BERLIN.

VON

RICHARD PRAGER
AUS HANNOVER.

Tag der Promotion: 28. Dezember 1908.

54

Referenten:

Professor Dr. Struve.
Professor Dr. Bauschinger.

Buchdruckerei A. W. Schade, Berlin N., Schulzendorfer Str. 26.

Meiner Mutter

Einleitung.

Der siebente Saturnstrabant Hyperion, in der Zeitfolge der Entdeckungen der achte, wurde im September 1848 nahezu gleichzeitig von Bond in Cambridge und Lassell in Liverpool aufgefunden. Die während dieser Opposition angestellten Beobachtungen ließen sich befriedigend durch eine auffallend exzentrische Ellipse darstellen, ebenso eine von Lassell während der Opposition 1852—53 auf Malta erhaltene Beobachtungsreihe. Dann blieb der Trabant fast unbeobachtet, bis im Jahre 1874 in Washington am 26-Zöller fortdauernde Beobachtungen begonnen wurden. Schon nach wenigen Jahren fand Asaph Hall aus der Vergleichung dieser Beobachtungen mit den Lassellschen des Jahres 1848, daß die Länge des Perisaturniums eine schnelle retrograde Bewegung ausführe[1]). Die Ursache dieser Erscheinung erkannte er in den beträchtlichen Störungen, welche Hyperion durch Titan infolge des nahe kommensurablen Verhältnisses der mittleren Bewegungen von Hyperion und Titan erleiden muß. Newcomb[2]), und unabhängig von ihm Marth[3]) fanden dann, daß die Änderung der Länge des Perisaturniums von Hyperion mit dem Betrag übereinstimmt, um den die Konjunktionslinie der beiden Trabanten rückwärts schreitet. Newcomb[4]) zeigte, daß die Konjunktionen von Hyperion und Titan stets nahe bei dem Aposaturnium Hyperions stattfinden müssen, daß also eine Libration besteht, infolge deren der Winkel $V = 4\,l - 3\,l' - \Pi$ für alle Zeiten um den Mittelwert 180° herum oszilliert. Zugleich leitete Newcomb die hauptsächlichsten Störungen ab, welche von der Exzentrizität Titans und dem von den Apsidenlinien der beiden Trabanten eingeschlossenen Winkel $\Pi - \Pi'$ herrühren.

Aus weiteren Beobachtungen gelang es nun Professor Hermann Struve[5]), die Existenz einer Libration kurzer Periode (etwa 640 Tage) nachzuweisen, deren Einfluß sich auf die Längen, die mittlere Bewegung, die große Halbachse und die Exzentrizität erstreckt. Erst mit Berücksichtigung dieser Libration, deren Amplitude mehr als 36° beträgt, ist es

---

[1]) Astr. Nachr. 2246; Monthly Notices 39, 517.
[2]) On the motion of Hyperion. Astronomical Papers Vol. III.
[3]) Monthly Notices 44, 463.
[4]) L. c.
[5]) Astr. Nachr. 3060.

möglich geworden, den Beobachtungen in leidlich befriedigender Weise mit der Rechnung zu folgen. Von einer strengen Theorie ist man aber auch heute noch recht weit entfernt, sowohl der angeführten Schwierigkeiten wegen, als auch besonders, weil infolge der großen Nähe des Halbachsenverhältnisses $\frac{a'}{a}$ zur Einheit die Entwicklungskoeffizienten der Störungsfunktion ihrer Berechnung unüberwindliche Schwierigkeiten entgegensetzen. Es ist daher vorläufig am zweckmäßigsten, zur Verbesserung der Elemente und Ungleichheiten neue Beobachtungen zu benutzen.

Die besten zur Verfügung stehenden Daten hat Struve im wesentlichen aus den von ihm selbst angestellten Beobachtungen am 30-zölligen Pulkowaer Refraktor abgeleitet[1]). Zu einer genaueren Bestimmung der Konstanten und der Ungleichheiten mußten, da diese Beobachtungen nur einen verhältnismäßig kurzen Zeitraum umfassen, die vorhandenen älteren Beobachtungsreihen hinzugezogen werden. Diese stehen an Güte aber den Pulkowaer Beobachtungen erheblich nach, und es erscheint daher auch aus diesem Grunde wünschenswert, auf Grund der später stattgefundenen Beobachtungen, welche zunächst eine höhere Genauigkeit als die älteren erwarten lassen, eine Kontrolle der Struveschen Bahnelemente von Hyperion sowie eine Verbesserung der von ihm abgeleiteten Konstanten vorzunehmen. Das ist im folgenden geschehen, und zwar auf Anregung von Herrn Professor H. Struve, der mich auch bei der Ausführung der Arbeit vielfach mit wertvollen Ratschlägen unterstützt hat, wofür ich ihm meinen besten Dank ausspreche.

A. Die Beobachtungen.

Für den vorliegenden Zweck sind vereinzelte Beobachtungen, wie sie sich in den einschlägigen Publikationen häufig finden, nicht geeignet, und es wurden daher nur diejenigen Reihen berücksichtigt, welche in einem kurzen Zeitraum viele Beobachtungen liefern.

Sämtliche Beobachtungen legen den Ort des Trabanten nach Positionswinkel und Distanz fest, und zwar ist, mit Ausnahme einer Reihe, Hyperion stets an einen anderen Trabanten angeschlossen worden. Die Vorteile dieses Verfahrens sind durch Struve mit Evidenz dargelegt worden. Es geht zwar die Unsicherheit der Position des Anschlußtrabanten in die Rechnung ein, dafür erreichen die Beobachtungen einen Genauigkeitsgrad, der diesen Nachteil bei weitem aufwiegt. Im allgemeinen ist freilich die Genauigkeit aller Beobachtungen keine sehr große, wie aus der unten folgenden Vergleichung der beobachteten und berechneten Örter hervorgehen wird.

---

[1]) Publications de l'Observatoire Central Nicolas, Série II, Vol. XI. Da auf dieses Werk im folgenden öfter zurückgegriffen werden wird, soll es zur Abkürzung mit »Str.« bezeichnet werden.

Direkte Anschlüsse von Hyperion an Saturn finden sich nur in einer von Hussey auf der Lick-Sternwarte erhaltenen Reihe. Der Anschluß wurde hier in der Weise hergestellt, daß die Planetenscheibe mit dem Mikrometerfaden biseziert wurde, weil Messungen an den Rändern wegen der weiten Öffnung der Ringe unmöglich waren. Der Beobachter schätzte die Mitte des Planeten teils nach dem sichtbaren Teil der Scheibe, teils nach der Figur, die von den inneren Ecken des Ringes und dem Planetenrande gebildet wurde. Ob auf die Phase Rücksicht genommen wurde, ist nicht angegeben. Die Refraktion ist bei sämtlichen Beobachtungen vor der Publikation berücksichtigt, so daß nur die Lichtzeit und die Reduktion auf dasselbe Zeitmoment angebracht werden mußten, um das Beobachtungsmaterial gebrauchsfertig zu machen.

Prof. Struve hat Astr. Nachr. 3885 – 86 darauf aufmerksam gemacht, daß der bei der Reduktion der Messungen der inneren Trabanten anzuwendende Schraubenwert des 36-Zöllers einer negativen Korrektion bedarf. Da es sich bei Hyperion aber im allgemeinen um große Distanzen handelt, wobei die Fehler der Einstellung – die auf den Schraubenwert geworfen werden müssen — nicht mehr so merklich hervortreten und der Schraubenwert durch eine Anzahl anderer Messungen mit großer Sicherheit bestimmt ist, wurde für die vorliegenden Beobachtungen der ursprüngliche Wert beibehalten.

Die Ablesung des Positionskreises bei den Beobachtungen auf der Lick-Sternwarte ist mit einer Genauigkeit von $0.^{\circ}05$ ausgeführt, der Nullpunkt wurde an jedem Abend mindestens einmal bestimmt. Die Beobachtungen am 26-Zöller in Washington sind mit großer Sorgfalt gemacht. Ein Vorzug vor den Lick-Beobachtungen liegt darin, daß das Mikrometer im allgemeinen nicht vom Fernrohr entfernt wurde, was auf der Lick-Sternwarte geschehen mußte, da gleichzeitig spektroskopische Arbeiten am Instrument unternommen wurden. Auch hier wurde der Parallel in jeder Nacht bestimmt. Beobachtet wurde, soweit Angaben darüber vorliegen, mit hellen Fäden auf dunklem Grunde, da selbst für diese mächtigen Instrumente Hyperion ein besonders schwieriges Objekt bleibt. Die Zahl der Einstellungen in jeder Koordinate ist in der Zusammenstellung der benutzten Beobachtungen, die ich hier folgen lasse, angegeben.

I. Hyperion — Saturn 1901.

	1901		M. Zt. Mt. Hamilton	p	M. Zt. Mt. Hamilton	s
			h m s	°	h m s	″
1	Juli	13	11 42 4	4.97	11 52 9	94.61
2		18	12 7 11	97.86	12 12 58	204.55
3		19	11 33 33	106.99	11 39 13	190.86
4	August	1	10 33 11	307.90	10 38 19	159.31
5		8	10 16 57	95.68	10 21 53	202.07
6		15	8 32 30	247.59	8 38 49	163.11
7	September	4	8 33 59	225.85	8 38 56	112.00
8		13	7 34 29	315.60	7 41 2	133.79

Beobachter: Hussey am 36-Zöller des Lick-Obs. (s. Lick Observatory Bulletin Nr. 17 und 34), p aus 3, s aus 4 Einstellungen.

II. Hyperion — Titan 1901.

	1901		M. Zt. Mt. Hamilton	p	M. Zt. Mt. Hamilton	s
			h m s	°	h m s	″
1	Juli	13	11 30 11	295.05	11 34 40	87.49
2		18	11 49 4	61.79	11 57 39	100.37
3		19	11 20 1	77.96	11 27 40	133.15
4		26	10 21 22	220.86	10 27 9	132.18
5	August	15	8 43 20	253.01	8 49 33	308.98
6	September	4	8 42 11	268.45	8 46 2	180.67
7		13	7 45 58	290.86	7 49 53	55.49
8		18	7 52 32	1.41	7 56 47	57.31

Beobachter: Hussey am 36-Zöller des Lick-Obs. (s. Lick Observatory Bulletin Nr. 17 und 34). p aus 3, s aus 4 Einstellungen.

III. Hyperion — Titan 1901.

	1901		M. Zt. Washington	p	M. Zt. Washington	s
			h m	°	h m	″
1	April	28	15 41.0	249.65	15 40.6	118.74
2		29	15 3.1	261.75	15 4.0	141.95
3	Mai	13	14 58.2	330.76	14 58.5	75.38
4		14	15 20.7	10.29	15 20.5	67.45
5		15	14 59.2	48.77	14 59.4	87.06
6		23	14 49.8	201.93	14 49.4	112.65
7	Juni	9	13 40.5	137.72	13 40.2	220.53
8		10	13 31.9	175.89	13 32.5	164.27
9		18	13 9.0	305.51	13 4.5	255.75
10		24	12 26.9	91.08	12 26.5	263.04
11		27	12 20.1	124.33	12 20.0	157.18
12	Juli	5	11 37.6	285.19	11 37.5	141.06
13		9	11 14.7	300.37	11 14.7	48.09
14		10	10 34.1	293.47	10 34.5	48.46
15		15	10 44.6	317.42	10 44.7	78.87
16		20	10 33.1	101.61	10 33.0	147.22
17		21	10 30.3	97.23	10 30.6	170.19
18		23	10 27.0	119.14	10 28.1	151.80
19	August	7	10 17.4	80.15	10 17.2	330.15
20		8	10 46.0	90.69	10 46.2	372.85
21		9	9 58.6	99.70	9 58.8	375.28
22		19	9 40.2	287.56	9 40.2	362.52
23		20	9 8.8	297.16	9 10.5	303.36
24		21	9 17.7	312.57	9 17.4	229.37
25		22	10 1.9	340.00	10 1.5	161.49
26	September	3	8 45.1	257.92	8 45.0	165.50
27		4	8 58.2	267.43	8 58.1	180.05
28		6	9 1.0	281.19	9 1.0	159.42
29		7	8 36.5	288.03	8 36.5	131.94
30		8	7 31.0	294.69	7 32.5	103.73
31		9	8 44.0	301.94	8 44.0	73.01
32		12	7 14.6	296.04	7 14.7	42.19

Beobachter: See am 26-Zöller des U. S. Naval Observatory, Washington (s. Astr. Nachr. Bd. 159, Nr. 3806). p aus 10, s aus 10 Einstellungen.

Die Beobachtung von Juli 20 mußte ausgeschlossen werden, da die Vergleichung ergab, daß hier offenbar eine Verwechselung des Objektes vorgekommen sein muß.

IV. Hyperion — Titan 1902.

	1902		M. Zt. Mt. Hamilton	p	M. Zt. Mt. Hamilton	s
			h m s	°	h m s	″
1	Juni	14	14 5 59	267.05	14 10 38	367.28
2	August	6	10 5 33	65.42	10 9 8	143.12
3		6	11 28 31	66.60	11 31 10	145.42
4		14	9 38 12	221.36	9 46 5	161.67
5		14	9 55 52	221.85	10 0 16	161.60
6	September	3	8 33 14	255.47	8 46 58	293.91
7		4	8 56 37	265.28	9 2 22	339.93
8		17	7 23 53	115.81	7 27 57	121.88
9	Oktober	1	7 39 55	269.16	7 43 52	124.17
10		2	7 40 4	274.77	7 45 26	150.04

Beobachter: Hussey am 36-Zöller des Lick-Obs. (s. Lick Observatory Bulletin Nr. 34). p aus 3, s aus 4 Einstellungen.

Die Beobachtungen von September 4 und September 17 legten die Vermutung nahe, daß sie durch Druckfehler entstellt seien. Denn eine Verbesserung des Positionswinkels in September 4 von 275°.28 in 265°.28 und der Distanz in September 17 von 221″.88 in 121″.88 lieferte eine innerhalb der gewöhnlichen Grenzen befriedigende Übereinstimmung zwischen dem gerechneten und beobachteten Ort. Diese verbesserten Werte wurden daher der weiteren Rechnung zugrunde gelegt.

V. Hyperion — Rhea 1902.

	1902		M. Zt. Mt. Hamilton	p	M. Zt. Mt. Hamilton	s
			h m s	°	h m s	″
1	Juni	14	13 51 36	272.03	13 57 36	165.26
2	August	6	10 13 11	85.42	10 16 0	190.45
3		21	9 46 2	330.39	9 49 3	81.92
4		28	9 5 45	96.71	9 10 11	127.86
5	September	3	9 4 49	217.25	9 8 52	78.04
6		4	8 43 40	234.10	8 48 34	137.45
7		17	8 24 19	92.43	8 27 42	263.85
8	Oktober	1	8 17 3	289.58	8 20 45	129.38
9		2	8 27 38	288.74	8 32 38	179.60

Beobachter: Hussey am 36-Zöller des Lick-Obs. (s. Lick Observatory Bulletin Nr. 34). p aus 3, s aus 4 Einstellungen.

VI. Hyperion — Tethys 1903.

	1903		M. Zt. Washington	p	M. Zt. Washington	s
			h m s	°	h m s	″
1	September	13	9 21 36	92.76	9 21 33	167.67
2		14	8 25 20	92.86	8 25 15	224.45
3		15	8 32 11	107.77	8 31 31	172.22
4		22	8 11 36	240.36	8 10 50	129.00
5		25	7 47 10	275.20	7 47 20	257.71
6		26	7 50 34	273.28	7 50 28	212.81

Beobachter: Frederick am 26-Zöller des U. S. Naval Observatory, Washington (s. Astr. Journal Bd. 24, Nr. 559). p aus 8, s aus 8 Einstellungen.

VII. Hyperion — Titan 1903.

	1903	M. Zt Washington	p	M. Zt. Washington	s
		h m s	°	h m s	″
1	Juli 24	13 28 45	289.35	13 40 7	290.60
2	August 17	11 54 7	273.85	11 57 37	124.08
3	September 11	10 19 30	53.92	10 18 0	180.76
4	12	9 37 35	75.38	9 37 20	269.00
5	13	9 5 55	86.64	9 6 0	341.68
6	14	8 48 8	94.57	8 47 58	380.16
7	15	8 52 7	102.06	8 52 25	375.00
8	21	8 18 46	253.88	8 19 6	274.22
9	22	8 39 30	263.95	8 39 0	333.23
10	25	8 15 45	282.96	8 15 58	326.67
11	Oktober 13	7 28 40	268.74	7 28 40	81.58
12	14	7 19 27	268.02	7 19 54	64.68
13	18	7 5 0	261.86	7 6 26	81.22
14	20	6 45 26	272.73	6 44 19	130.13
15	21	7 0 48	278.46	7 1 0	144.94

Beobachter: Frederick am 26-Zöller des U. S. Naval Observatory, Washington (s. Astr. Journal Bd. 24, Nr. 559). p aus 8, s aus 8 Einstellungen.

VIII. Hyperion — Titan 1904.

	1904	M. Zt. Mt. Hamilton	p	M. Zt. Mt. Hamilton	s
		h m s	°	h m s	″
1	September 10	10 50 12	79.01	10 52 48	122.04
2	11	10 36 47	82.01	10 40 59	184.09
3	16	10 13 48	117.00	10 19 31	221.18
4	17	8 50 5	133.78	8 54 41	158 65
5	27	7 26 5	329.76	7 34 3	131.62
6	29	7 48 57	71.89	7 55 47	220.99
7	Oktober 1	10 7 27	92.68	10 13 34	377.76
8	13	7 16 7	283.79	7 20 11	258.49
9	20	7 8 8	94.24	7 12 47	186.30
10	23	7 22 17	116.99	7 26 30	104.11
11	27	6 46 13	242.29	6 50 55	52 07
12	27	7 50 29	243.52	7 54 20	52.06
13	November 3	6 53 22	240.78	6 58 0	50.25
14	10	6 34 14	301.14	6 41 7	100.63
15	11	6 58 55	334.35	7 4 35	59.40
16	17	6 47 45	102.69	6 57 45	249.91
17	Dezember 2	6 9 3	76.63	6 13 21	220.58

Beobachter: Hussey am 36-Zöller des Lick-Obs. (s. Lick Observatory Bulletin Nr. 68). p aus 4, s aus 6 Einstellungen.

Die Beobachtung September 10 wurde wegen offenbarer Verwechselung des Objektes ausgeschlossen.

IX. Hyperion — Titan 1904.

	1904		M. Zt. Washington	p	M. Zt. Washington	s
			h m s	°	h m s	"
1	August	12	12 3 41	296.20	12 4 31	154.87
2	September	2	9 57 58	259.75	9 58 51	117.88
3		10	8 49 40	62.62	8 50 46	104.81
4		11	8 34 36	80.19	8 35 18	169.73
5		16	10 33 49	115.64	10 34 29	229.18
6		30	8 29 58	83.69	8 30 45	307.25
7	Oktober	1	8 9 54	91.29	8 9 50	370.37
8		3	7 45 5	103.19	7 47 5	365.41
9		4	8 39 39	111.29	8 39 40	297.77
10		5	7 34 16	124.06	7 34 52	212.78
11		6	7 23 17	154.26	7 24 53	129.45
12		7	8 0 48	213.76	8 0 50	121.29
13		10	7 38 33	266.99	7 38 19	303.60

Beobachter: Hammond am 26-Zöller des U. S. Naval Observatory, Washington (s. Astr. Nachr. Bd. 168, Nr. 4026). p aus 8, s aus 8 Einstellungen.

B. Vergleichung zwischen Beobachtung und Rechnung.

Die Berechnung der zur Verbesserung der Elemente notwendigen Differentialquotienten gestaltet sich bei Verbindungen der Satelliten untereinander am einfachsten für rechtwinklige Koordinaten. Diese wurden für sämtliche Rechnungen benutzt, und zwar wurde ein Achsenkreuz zugrunde gelegt, dessen Y-Achse nach dem Pole der Bahnebene des Trabanten gerichtet ist, und dessen X-Achse senkrecht zu ihr verläuft. Der Winkel, den die Y-Achse so mit der Nordrichtung bildet, soll im folgenden mit P bezeichnet werden. In den Fällen, wo der Anschluß von Hyperion nicht an Saturn, sondern an einen anderen Trabanten erfolgt, sind die Koordinaten dieses Trabanten zunächst nach dem System seiner Bahnebene zu berechnen und dann auf das der Berechnung der Koordinaten von Hyperion zugrunde gelegte System zu transformieren. Zur Bestimmung der rechtwinkligen Koordinaten dienen alsdann die folgenden Formeln:

$$x = r\,\nu \sin\,(u - U)$$
$$y = r\,\nu \sin B \cos\,(u - U),$$

worin

$$\nu = \frac{a\,(\varrho)}{\varrho}\,\frac{1}{1+\zeta}$$
$$\zeta = \frac{a\,(\varrho)}{\varrho}\,r \cos B \cos\,(u - U) \sin 1''.$$

In diesen Formeln bezeichnet r den Radiusvektor der Trabantenbahn, ausgedrückt in Einheiten der großen Halbachse a in der mittleren Entfernung (ϱ) des Saturn von der Erde ($\log\,(\varrho) = 0.97950$). ϱ ist die geozentrische Distanz des Saturn, U und $-B$ seine Länge und Breite bezogen auf die Bahnebene des Trabanten als Fundamentalebene, u ist die wahre Länge des Trabanten in seiner Bahn, gezählt vom aufsteigenden Knoten per Bahn auf dem Erdäquator. Die Umwandlung von Positionswinkel p

und Distanz s in rechtwinklige Koordinaten geschieht mit Hülfe der Formeln:

$$x_1 - x_2 = s \sin (p - P)$$
$$y_1 - y_2 = s \cos (p - P),$$

wobei der Index 1 sich auf Hyperion, der Index 2 auf den Anschlußtrabanten bezieht. Erfolgt der Anschluß an den Planeten, so ist natürlich $x_2 = 0$, $y_2 = 0$ zu setzen.

Da Positionswinkel und Distanz im allgemeinen nicht in demselben Zeitmoment beobachtet sind, so muß an eine der Koordinaten eine Reduktion „wegen Zeitdifferenz" angebracht werden. Diese ist mit Hülfe der Differentialquotienten von x und y nach der mittleren Länge leicht zu finden. Durchweg sind die Beobachtungszeiten der Positionswinkel beibehalten worden, und demzufolge wurde die Korrektion wegen Zeitdifferenz an die Distanz angebracht.

Ausgangselemente.
(Str. pg. 290).
Epoche: 1890 Januar 0, mittl. Zt. Gr.

$$l = E_0 + \delta l + n\, t$$
$$E_0 = 304^\circ.53 \text{ (Ekl.)}$$
$$n = 16^\circ.919983 \text{ (trop.)}$$
$$\delta l = r \sin \frac{360^\circ}{T} (\tau - \tau_0)$$
$$\delta n = r \sin \frac{360^\circ}{T} \cos \frac{360^\circ}{T} (\tau - \tau_0)$$
$$r = 9^\circ.16 \qquad T = 640^d.5 \qquad \tau_0 = 1889 \text{ Januar } 8.2$$

Äquinoktium 1890.0 Epoche $1890.0 + t$

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= 167^\circ 49'.7 + 42'.4 \sin (47^\circ.8 - 0^\circ.50\, t) + 78'.1 \sin (121^\circ.7 - 2^\circ.0\, t) \\ i &= 27\ 20.8 + 19.6 \cos (47.8 - 0.50\, t) + 36.2 \cos (121.7 - 2.0\, t) \end{aligned}\right\} \text{(Ekl.)}$$

Epoche und Äquinoktium $1888.890 + t$

$$\Pi = 276^\circ.50 - 18^\circ.663\, t + 14^\circ.0 \sin (\Pi_1 - \Pi_0') - 1^\circ.5 \sin 2 (\Pi_1 - \Pi_0')$$
$$e = 0.1043 + 0.0230 \cos (\Pi_1 - \Pi_0') + \delta e$$
$$\Pi_1 - \Pi_0' = -0^\circ.84 + 19^\circ.191\, t$$
$$e\, \delta e = -\frac{1}{12} \frac{\delta n}{n}$$
$$a = a_0 + \delta a$$
$$a_0 = 213''.92$$
$$\delta a = -\frac{2}{3} \frac{\delta n}{n} a$$

Die Formel zur Berechnung von *II* gilt nur für das Datum einer Oppositon zwischen Hyperion und Titan. Für ein beliebiges Datum ist sie deshalb nicht anzuwenden, weil die Störung der Apsidenlinie Hyperions durch Titan hauptsächlich in der Zeit kurz vor und kurz nach der Konjunktion der beiden Trabanten erfolgt. Um den Betrag von *II* nun für jedes erforderliche Datum zu erhalten, wurde das Verfahren benutzt, welches auch H. Struve bei der Bearbeitung der Pulkowaer Beobachtungen angewandt hat. Es wurde für je einen synodischen Umlauf, d. h. für den Zeitraum zwischen zwei aufeinanderfolgenden Konjunktionen von Hyperion und Titan, der für die Oppositionszeit geltende Wert von *II* als Ausgangswert gewählt und dann durch Berücksichtigung der von Struve als synodische Störungen der Länge und des Radiusvektors bezeichneten und (Str. pg. 270) tabulierten Werte für die jedesmalige Beobachtungszeit verbessert. Oppositionen fanden statt:

1901	1902	1903	1904
April 4	Juni 22	Juli 12	Juli 25
Juni 8	August 25	September 13	September 28
August 11	Oktober 28	November 15	Dezember 1
Oktober 14			

Vom Jahre 1902 ab gibt die Connaissance des Temps die zur bequemen Berechnung der Koordinaten notwendigen Hülfsmittel mit den Struveschen Elementen, diese Daten konnten deswegen für den vorliegenden Zweck verwandt werden. Bloß die Berechnung der mittleren Länge von Hyperion wurde direkt durchgeführt, weil die Interpolation nur sehr mühselig auszuführen ist, während die direkte Berechnung wenig Mehrarbeit verursacht und genauere Resultate zu erhalten gestattet. Die Angaben der Connaissance des Temps wurden nur als beiläufige Kontrolle benutzt.

Für die Anschlußtrabanten Titan, Rhea und Tethys konnten von 1902 ab alle Daten der Connaissance des Temps Verwendung finden, für 1901 dagegen mußten die Rechnungen für Titan direkt durchgeführt werden.

Für Titan hat Struve Astr. Nachr. 3885—86 aus Beobachtungen am Königsberger 13-zölligen Refraktor eine Korrektion für die mittlere Länge hergeleitet, die in der Connaissance des Temps noch nicht angewandt werden konnte. Diese Korrektion beträgt im Maximum — 4.7 und würde die x etwas beeinflussen können, bleibt aber selbst im extremsten Fall so klein, daß für den vorliegenden Zweck ihre Vernachlässigung das Resultat nicht merkbar beeinflussen kann. Der Einfluß auf die y verschwindet vollständig. In demselben Aufsatz leitet Struve auch einen neuen Wert für die Länge von Tethys und ihre Libration ab. Hier beträgt die Korrektion der Länge + 21.0, die der Libration kommt nicht in Betracht, da für die Beobachtungszeit das Argument des sinus gerade durch 180° hindurchgeht. Von dem Einfluß der Längenkorrektion auf die rechtwinkligen Koordinaten gilt in gleicher Weise das oben für Titan Gesagte.

Die Zeitangaben der folgenden Tabelle beziehen sich auf mittlere Greenwicher Zeit, die Korrektion wegen Aberration ist bereits angebracht.

Danach stellen sich die berechneten Örter, denen zum Vergleich die beobachteten sowie die Differenzen im Sinne $B - R$ hinzugefügt sind, wie folgt:

Beobachtung — Rechnung.

I. Hyperion—Saturn 1901.

1901	Red. M. Zt. Gr.	R x_1	B x_1	$B-R$ x	R y_1	B y_1	$B-R$ y
	h m s	"	"	"	"	"	"
Juli 13	18 33 27	— 1.68	— 1.68	0.00	+95.05	+94.62	—0.43
18	18 58 26	+204.14	+204.46	+0.32	— 6.27	— 6.71	—0.44
19	18 24 46	+187.03	+187.43	+0.40	—35.27	—36.50	—1.23
Aug. 1	17 23 44	—135.62	—135.27	+0.35	+81.96	+84.40	+2.44
8	17 7 0	+201.33	+202.07	+0.74	+ 1.01	+ 0.85	—0.16
15	15 21 56	—143.56	—143.44	+0.12	—74.96	—77.30	—2.34
Sept. 4	15 21 14	— 71.43	— 71.87	—0.44	—86.59	—85.74	+0.85
13	14 20 36	—103.28	—103.03	+0.25	+84.00	+85.60	+1.60

II. Hyperion—Titan 1901.

1901	Red. M. Zt. Gr.	Hy x_1	Ti x_2	R x_1-x_2	B x_1-x_2	$B-R$ x	Hy y_1	Ti y_2	R y_1-y_2	B y_1-y_2	$B-R$ y
	h m s	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
Juli 13	18 21 6	— 2.38	+ 80.33	— 82.71	— 82.72	—0.01	+95.06	+66.90	+ 28.16	+ 28.58	+0.42
18	18 40 13	+204.23	+121.21	+ 83.02	+ 82.93	—0.09	— 5.88	—62.47	+ 56.59	+ 56.34	—0.25
19	18 11 12	+187.28	+ 60.64	+126.64	+126.55	—0.09	—35.00	—76.40	+ 41.40	+ 41.14	—0.26
26	17 12 46	—201.17	—125.73	— 75.44	— 75.55	—0.11	—53.48	+55.89	—109.37	—108.26	+1.11
Aug. 15	15 32 46	—143.95	+140.19	—284.14	—284.37	—0.23	—74.85	+45.20	—120.05	—120.12	—0.07
Sept. 4	15 29 26	— 71.78	+107.46	—179.24	—179.10	+0.14	—86.55	—63.04	— 23.51	— 23.36	+0.15
13	14 32 5	—102.84	— 49.88	— 52.96	— 53.61	—0.65	+84.08	+69.53	+ 14.55	+ 14.35	—0.20
18	14 38 0	+166.24	+170.67	— 4.43	— 4.47	—0.04	+42.56	—14.69	+ 57.25	+ 57.16	—0.09

III. Hyperion—Titan 1901.

1901	Red. M. Zt. Gr.	Hy x_1	Ti x_2	R x_1-x_2	B x_1-x_2	$B-R$ x	Hy y_1	Ti y_2	R y_1-y_2	B y_1-y_2	$B-R$ y
	h m s	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
April 28	19 29 14	+ 61.70	+167.32	—105.62	—106.29	—0.67	—77.24	—24.60	— 52.64	— 52.95	—0.31
29	18 51 28	+ 0.17	+136.67	—136.50	—137.48	—0.98	—83.27	—47.62	— 35.65	— 35.25	+0.40
Mai 13	18 48 14	+134.48	+178.70	— 44.22	— 43.62	+0.60	+62.78	+ 1.48	+ 61.30	+ 61.48	+0.18
14	19 10 50	+175.03	+170.22	+ 4.81	+ 4.90	+0.09	+40.20	—26.74	+ 66.94	+ 67.27	+0.33
15	18 49 27	+195.75	+136.97	+ 58.78	+ 58.98	+0.20	+13.88	—50.37	+ 64.25	+ 64.03	—0.22
23	18 40 51	—169.81	—140.18	— 29.63	— 30.71	—1.08	—62.85	+45.32	—108.17	—108.39	—0.22
Juni 9	17 32 52	+ 83.58	— 82.55	+166.13	+164.80	—1.33	—79.19	+65.73	—144.92	—146.52	—1.60
10	17 24 20	+ 18.37	— 11.26	+ 29.63	+ 29.06	—0.57	—88.27	+73.02	—161.29	—161.69	—0.40
18	17 1 50	—213.00	+ 9.83	—222.83	—222.54	+0.29	+48.19	—78.33	+126.52	+125.65	—0.87
24	16 19 56	+122.01	—139.44	+261.45	+262.05	+0.60	+73.66	+49.59	+ 24.07	+ 22.79	—1.28
27	16 13 12	+205.04	+ 66.79	+138.25	+138.41	+0.16	— 4.69	+68.76	— 73.45	— 74.49	—1.04
Juli 5	15 30 45	—202.90	— 63.95	—138.95	—139.26	—0.31	—52.46	—74.17	+ 21.71	+ 22.48	+0.77
9	15 7 50	—219.61	—175.42	— 44.19	— 43.81	+0.38	+45.01	+25.05	+ 19.96	+ 19.84	—0.12
10	14 27 13	—184.55	—138.14	— 46.41	— 46.22	+0.19	+65.39	+50.81	+ 14.58	+ 14.55	—0.03
15	14 37 38	+113.61	+172.64	— 59.03	— 59.13	—0.10	+76.80	+24.94	+ 51.86	+ 52.19	+0.33
21	14 23 7	+103.05	— 68.05	+171.10	+170.15	—0.95	—77.26	—73.88	— 3.38	— 3.74	—0.36
23	14 19 44	— 28.66	—169.04	+140.38	+139.57	—0.81	—92.45	—32.22	— 60.23	— 59.76	+0.47

1901	Red. M. Zt. Gr.	*Hy* x_1	*Ti* x_2	*R* x_1-x_2	*B* x_1-x_2	*B* − *R* x	*Hy* y_1	*Ti* y_2	*R* y_1-y_2	*B* y_1-y_2	*B*−*R* y
	h m s	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
Aug. 7	14 8 58	+187.52	−131.11	+318.63	+317.72	−0.91	+34.42	−54.94	+ 89.36	+ 89.73	+0.37
8	14 37 44	+201.29	−170.08	+371.37	+371.30	−0.07	+ 4.18	−28.87	+ 33.05	+ 33.99	+0.94
9	13 50 15	+192.02	−182.57	+374.59	+374.46	−0.13	−25.00	0.00	− 25.00	− 24.74	+0.26
19	13 30 56	−236.74	+118.55	−355.29	−355.03	+0.26	+12.85	−61.36	+ 74.21	+ 73.27	−0.94
20	12 59 26	−222.18	+ 60.04	−282.22	−282.77	−0.55	+36.62	−75.18	+111.80	+110.02	−1.78
21	13 8 14	−192.33	− 8.48	−183.85	−183.96	−0.11	+58.55	−78.69	+137.24	+136.97	−0.27
22	13 52 19	−147.98	− 77.10	− 70.88	− 70.51	+0.37	+76.73	−70.60	+147.33	+145.27	−2.06
Sept. 3	12 34 11	− 0.34	+156.66	−157.00	−157.44	−0.44	−89.15	−38.73	− 50.42	− 51.03	−0.61
4	12 47 9	− 64.84	+113.48	−178.32	−178.10	+0.22	−87.26	−61.07	− 26.19	− 26.46	−0.27
6	12 49 43	−171.12	− 12.43	−158.69	−158.73	−0.04	−61.96	−77.04	+ 15.08	+ 14.75	−0.33
7	12 25 5	−205.74	− 76.09	−129.65	−128.98	+0.67	−41.94	−69.08	+ 27.14	+ 27.77	+0.63
8	11 19 28	−225.63	−127.76	− 97.87	− 98.21	−0.34	−19.80	−52.27	+ 32.47	+ 33.45	+0.98
9	12 33 20	−231.37	−164.73	− 66.64	− 65.59	+1.05	+ 5.73	−25.96	+ 31 69	+ 32.07	+0.38
12	11 2 33	−160.26	−119.24	− 41.02	− 39.61	+1.41	+69.01	+53.34	+ 15.67	+ 14.54	−1.13

IV. Hyperion—Titan 1902.

1902	Red. M. Zt. Gr.	*Hy* x_1	*Ti* x_2	*R* x_1-x_2	*B* x_1-x_2	*B*−*R* x	*Hy* y_1	*Ti* y_2	*R* y_1-y_2	*B* y_1-y_2	*B*−*R* y
	h m s	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
Juni 14	20 56 23	−243.51	+118.04	− 361.55	−362.31	−0.76	−10.54	+49.03	− 59.57	− 59.36	+0.21
Aug. 6	16 56 49	+203.12	+ 80.01	+123.11	+122.73	−0.38	+ 5.15	−67.74	+ 72.89	+ 73.45	+0.56
6	18 19 47	+203.46	+ 76.26	+127.20	+126.23	−0.97	+ 3.52	−68.37	+ 71.89	+ 72.06	+0.17
14	16 29 0	−168.29	− 76.98	− 91.31	− 92.67	−1.36	−69.03	+63.33	−132.36	−132.15	+0.21
14	16 46 40	−168.87	− 76.15	− 92.72	− 93.82	−1.10	−68.84	+63.47	−132.31	−131.39	+0.92
Sept. 3	15 22 19	−101.39	+168.87	−270.26	−274.16	−3.90	−83.13	+22.32	−105.45	−104.31	+1.14
4	15 45 36	−154.14	+181.29	−335.43	−333.52	+1.91	−71.26	− 5.47	− 65.79	− 64.95	+0.84
17	14 11 23	+185.99	+ 70.18	+115.81	+114.75	−1.06	+20.28	+61.27	− 40.99	− 40.66	+0.33
Okt. 1	14 25 37	−186.50	− 63.43	−123.07	−123.18	−0.11	+46.39	+61.79	− 15.40	− 15.43	−0.03
2	14 25 38	−144.19	+ 5.05	−149.24	−150.36	−1.12	+62.96	+65.87	− 2.91	− 4.02	−1.11

V. Hyperion—Rhea 1902.

1902	Red. M. Zt. Gr.	*Hy* x_1	*Rh* x_2	*R* x_1-x_2	*B* x_1-x_2	*B*−*R* x	*Hy* y_1	*Rh* y_2	*R* y_1-y_2	*B* y_1-y_2	*B*−*R* y
	h m s	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
Juni 14	20 42 0	−243.46	− 79.23	−164.23	−164.79	−0.56	−10.76	+ 2.61	− 13.37	− 12.46	+0.91
Aug. 6	17 4 27	+203.15	+ 16.42	+186.73	+186.97	+0.24	+ 5.00	−30.23	+ 35.23	+ 36.00	+0.77
21	16 36 20	−126.35	− 77.20	− 49.15	− 48.09	+1.06	+72.96	+ 7.97	+ 64.99	+ 66.39	+1.40
28	15 55 27	+196.89	+ 68.68	+128.21	+127.86	−0.35	−15 84	−15.75	− 0.09	− 0.90	−0.81
Sept. 3	15 53 54	−102.62	− 65.50	− 37.12	− 40.10	−2.98	−82.94	−15.14	− 67.80	− 66.88	+0.92
4	15 32 39	−153.71	− 54.44	− 99.27	−101.79	−2.52	−71.39	+22.49	− 93.88	− 92.30	+1.58
17	15 11 49	+186.76	− 76.40	+263.16	+263.26	+0.10	+19.15	+ 1.54	+ 17.61	+ 17.81	+0.20
Okt. 1	15 2 45	−185.58	− 60.46	−125.12	−125.97	−0.85	+46.87	+18.08	+ 28.79	+ 29.73	+0.94
2	15 13 12	−142.60	+ 32.81	−175.41	−175.46	−0.05	+63.43	+25.76	+ 37.67	+ 38.71	+1.04

VI. Hyperion—Tethys 1903.

1903	Red. M. Zt. Gr.	*Hy* x_1	*Te* x_2	*R* x_1-x_2	*B* x_1-x_2	*B*−*R* x	*Hy* y_1	*Te* y_2	*R* y_1-y_2	*B* y_1-y_2	*B*−*R* y
	h m s	″	″	″	″	″	″	″	″	″	″
Sept. 13	13 13 3	+187.43	+ 19.17	+168.26	+167.33	−0.93	+23.26	+13.15	+ 10.11	+ 10.62	+0.51
14	12 16 41	+203.39	− 21.37	+224.76	+224.03	−0.73	+ 0.21	−12.71	+ 12.92	+ 13.83	+0.91
15	12 23 26	+197.93	+ 28.61	+169.32	+168.83	−0.49	−23.86	+10.68	− 34.54	− 33.97	+0.57
22	12 2 7	−144.75	− 39.90	−104.85	−104.34	+0.51	−68.17	+ 7.21	− 75.38	− 75.92	−0.54
25	11 37 20	−230.81	+ 26.62	−257.43	−257.66	−0.23	−17.85	−12.75	− 5.10	− 5.37	−0.27
26	11 40 37	−230.83	− 19.51	−211.32	−212.50	−1.18	+ 2.87	+14.08	− 11.21	− 11.60	−0.39

VII. Hyperion—Titan 1903.

1903	Red. M. Zt. Gr.	*Hy* x_1	*Ti* x_2	*R* x_1-x_2	*B* x_1-x_2	*B*−*R* x	*Hy* y_1	*Ti* y_2	*R* y_1-y_2	*B* y_1-y_2	*B*−*R* y
	h m s	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
Juli 24	17 22 37	−241.14	+ 41.66	−282.80	−283.57	−0.77	+ 3.88	−60.98	+ 64.86	+ 65.48	+0.62
Aug. 17	15 47 35	−150.41	− 27.35	−123.06	−123.95	−0.89	+54.65	+59.82	− 5.17	− 5.46	−0.29
Sept. 11	14 11 10	+ 95.06	− 41.37	+136.43	+133.39	−3.04	+59.78	−61.66	+121.44	+122.11	+0.67
12	13 29 9	+149.68	−103.39	+253.07	+251.11	−1.96	+44.26	−51.44	+ 95.70	+ 96.44	+0.74
13	12 57 23	+187.12	−151.13	+338.25	+336.75	−1.50	+23.50	−33.94	+ 57.44	+ 57.86	+0.42
14	12 39 29	+203.50	−176.90	+380.40	+379.97	−0.43	− 0.17	−11.34	+ 11.17	+ 12.15	+0.98
15	12 43 22	+197.72	−175.35	+373.07	+373.16	+0.09	−24.18	+13.29	− 37.47	− 37.04	+0.43
21	12 9 24	− 94.49	+158.95	−253.44	−253.32	+0.12	−77.74	+27.24	−104.98	−105.00	−0.02
22	12 30 0	−145.67	+180.78	−326.44	−325.40	+1.04	−67.95	+ 3.78	− 71.73	− 71.80	−0.07
25	12 5 55	−230.99	+ 92.97	−323.96	−324.53	−0.57	−17.45	−55.38	+ 37.93	+ 37.36	−0.57
Okt. 13	11 16 33	−120.89	− 40.22	− 80.67	− 80.85	−0.18	−70.57	−59.24	− 11.33	− 10.87	+0.46
14	11 7 12	−164.38	−100.28	− 64.10	− 63.99	+0.11	−58.82	−48.97	− 9.85	− 9.42	+0.43
18	10 52 13	−214.54	−136.62	− 77.92	− 78.50	−0.58	+14.49	+34.89	− 20.40	− 20.35	+0.05
20	10 32 22	−147.97	− 20.01	−127.96	−129.86	−1.90	+49.06	+57.02	− 7.96	− 8.32	−0.36
21	40 47 36	− 92.79	+ 49.41	−142.20	−144.85	−2.65	+60.57	+54.48	+ 6.09	+ 5.22	−0.87

VIII. Hyperion—Titan 1904.

1904	Red. M. Zt. Gr.	*Hy* x_1	*Ti* x_2	*R* x_1-x_2	*B* x_1-x_2	*B*−*R* x	*Hy* y_1	*Ti* y_2	*R* y_1-y_2	*B* y_1-y_2	*B*−*R* y
	h m s	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
Sept. 11	17 28 21	+219.27	+ 41.16	+178.11	+178.36	+0.25	− 7.01	−51.10	+ 44.09	+ 45.00	+0.91
16	17 4 59	+ 29.96	−179.42	+209.38	+206.95	−2.43	−69.31	+ 9.31	− 78.62	− 78.70	−0.08
17	15 41 10	− 26.19	−153.60	+127.41	+125.88	−1.53	−69.82	+27.00	− 96.82	− 96.94	−0.12
27	14 16 15	− 34.47	+ 43.60	− 78.07	− 78.39	−0.32	+55.26	−50.86	+106.12	+106.20	+0.08
29	14 38 51	+106.65	− 93.42	+200.07	+201.01	+0.94	+46.97	−43.43	+ 90.40	+ 90.78	+0.38
Okt. 1	16 57 8	+199.82	−175.84	+375.66	+376.90	+1.24	+14.74	− 9.36	+ 24.10	+ 23.18	−0.92
13	14 4 24	−216.96	+ 38.40	−255.36	−256.34	−0.98	−17.12	−50.27	+ 33.15	+ 34.16	+1.01
20	13 55 30	+ 91.52	− 93.01	+184.53	+186.14	+1.61	+47.70	+40.80	+ 6.90	+ 6.39	−0.51
23	14 9 15	+204.41	+107.48	+ 96.93	+ 97.41	+0.48	+ 1.19	+37.30	− 36.11	− 36.97	−0.86
27	13 32 39	+104.65	+145.37	− 40.72	− 43.17	−2.45	−58.10	−30.30	− 27.80	− 29.02	−1.22
27	14 36 55	+102.47	+143.62	− 41.15	− 43.79	−2.64	−58.47	−30.25	− 28.22	− 28.09	+0.13
Nov. 3	13 38 50	−206.42	−166.22	− 40.20	− 40.90	−0.70	−19.40	+ 9.65	− 29.05	− 29.09	−0.04
10	13 18 45	+ 79.71	+171.47	− 91.76	− 91.45	+0.31	+46.78	+ 4.39	+ 42.39	+ 42.54	+0.15
11	13 43 18	+135.57	+167.79	− 32.22	− 31.40	+0.82	+36.15	−13.87	+ 50.02	+ 50.56	−0.54
17	13 31 18	+111.75	−137.89	+249.64	+248.27	−1.37	−53.55	−25.51	− 28.04	− 28.33	−0.29
Dez. 2	12 50 38	+118.43	− 88.91	+207.34	+207.67	+0.33	+36.90	−36.89	+ 73.79	+ 73.64	−0.15

IX. Hyperion—Titan 1904.

1904	Red. M. Zt. Gr.	*Hy* x_1	*Ti* x_2	*R* x_1-x_2	*B* x_1-x_2	*B*−*R* x	*Hy* y_1	*Ti* y_2	*R* y_1-y_2	*B* y_1-y_2	*B*−*R* y
	h m s	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
Aug. 12	15 58 12	−226.41	− 82.19	−144.22	−145.47	−1.25	+ 8.20	−44.13	+ 52.33	+ 53.23	+0.90
Sept. 2	13 51 53	−226.31	−113.40	−112.91	−113.07	−0.16	+ 6.17	+39.09	− 32.92	− 33.28	−0.36
10	12 43 1	+204.17	+118.52	+ 85.65	+ 87.32	+1.67	+16.04	−41.89	+ 57.93	+ 57.90	−0.03
11	12 27 52	+218.89	+ 55.71	+163.18	+163.16	−0.02	− 2.99	−50.22	+ 47.23	+ 46.72	−0.51
16	14 26 41	+ 36.54	−180.79	+217.33	+216.11	−1.22	−68.98	+ 7.12	− 76.10	− 76.36	−0.26
30	12 21 28	+156.94	−141.10	+298.04	+299.91	+1.87	+35.19	−31.14	+ 66.33	+ 66.54	+0.21
Okt. 1	12 1 17	+194.53	−172.54	+367.07	+369.00	+1.93	+18.53	−13.39	+ 31.92	+ 31.70	−0.22
3	11 36 15	+208.59	−153.90	+362.49	+362.74	+0.25	- 18.88	+25.24	− 44.12	− 44.48	−0.36
4	12 30 41	+186.20	−102.73	+288.93	+287.50	−1.43	−36.54	+40.38	− 76.92	− 77.52	−0.60
5	11 25 12	+150.86	− 38.37	+189.23	+188.14	−1.09	−50.30	+47.91	− 98.21	− 99.45	−1.24
6	11 14 6	+103.76	+ 32.68	+ 71.08	+ 68.49	−2.59	−60.82	+48.02	−108.84	−109.87	−1.03
7	11 51 30	+ 47.79	+101.25	− 53.46	− 56.12	−2.66	−67.34	+40.04	−107.38	−107.52	−0.14
10	11 28 54	−118.33	+179.67	−298.00	−299.68	−1.68	−59.89	−11.34	− 48.55	− 48.59	−0.04

Die Abweichungen sind, wie man sieht, recht beträchtlich. Die Differenz $B - R$ übersteigt häufig den Betrag von 1″ recht erheblich und beträgt jedenfalls viel mehr als die bei Struve nach der zweiten Auflösung übrigbleibenden Fehler (Str. pg. 272 ff.). Eine Erklärung hierfür bietet zunächst der Umstand, daß dort die übrigbleibenden Fehler bestimmt sind aus einem Elementensystem, welches gerade dem entsprechenden synodischen Umlauf angepaßt ist, während die Ausgangselemente hier aus der Vereinigung von 12 solchen Elementensystemen hervorgegangen sind, die z. T. nicht unerheblich voneinander abweichen. Das gilt besonders von den mittleren Längen. Auch die Beobachtungen, die meistens nur auf wenigen Einstellungen beruhen, mögen an der unbefriedigenden Übereinstimmung einen Teil der Schuld tragen. Doch läßt die Zeichenfolge der Abweichungen erkennen, daß diese zum größten Teil reell sind, daß also die mangelhafte Theorie von Hyperion die Ursache dieser Erscheinung ist.

Einen ungefähren Überblick, wieviel der Beobachtung, wieviel der Theorie zur Last fällt, erhält man durch Vergleichung der $B - R$ an solchen Tagen, wo zwei Beobachtungen stattgefunden haben. Daraus ergab sich als durchschnittliche Differenz der Beobachtungen

	in x	in y
1901	0.″46	1.″21 (Anschlüsse an Saturn)
1902	0.78 (mit Ausschluß von September 4)	0.73
1903	0.43	0.21
1904	0.59	0.91 (verschiedene Beobachter, größere Zwischenzeiten).

Ein bindender Schluß läßt sich der geringen Anzahl der Beobachtungen wegen aus diesem Resultat nicht ziehen. Es wird hierdurch jedoch die Inhomogenität in den verschiedenen Jahren und die sehr variabele Größe der Beobachtungsfehler, die später auch die Ausgleichung bestätigt, hinreichend illustriert.

C. Die Verbesserung der Elemente.

Um nun die Bedingungsgleichungen zur Verbesserung der Elemente aufstellen zu können, braucht man die Differentialquotienten der rechtwinkligen Koordinaten nach den Elementen. Ihre Berechnung geschieht mit Hülfe der folgenden Formeln:

$$\frac{\partial x}{\partial E} = \frac{r}{\sqrt{1-e^2}} \left\{ \cos(u - U) + e \cos(\Pi - N - U) \right\}$$

$$\frac{\partial x}{e \partial \Pi} = -\frac{r}{\sqrt{1-e^2}} \left\{ \cos(\Pi - N - U) + \cos(u - U)\,[\mathrm{E}] \right\}$$

$$\frac{\partial x}{\partial e} = -\frac{r}{\sqrt{1-e^2}} \left\{ \sin(\Pi - N - U)\sqrt{1-e^2} - \cos(u - U) \sin \mathrm{E} \right\}$$

$$\frac{\partial x}{\sin J\,\partial N} = -r\,\nu \operatorname{tg}\frac{J}{2}\cos(u-U)$$

$$\frac{\partial x}{\partial J} = 0$$

$$a\frac{\partial x}{\partial a} = x$$

$$\frac{\partial y}{\partial E} = -\frac{\nu}{\sqrt{1-e^2}}\sin B\left\{\sin(u-U) + e\sin(\Pi - N - U)\right\}$$

$$\frac{\partial y}{e\,\partial \Pi} = -\frac{\nu}{\sqrt{1-e^2}}\sin B\left\{\sin(\Pi - N - U) + \sin(u-U)\,[\mathrm{E}]\right\}$$

$$\frac{\partial y}{\partial e} = -\frac{\nu}{\sqrt{1-e^2}}\sin B\left\{\cos(\Pi - N - U)\sqrt{1-e^2} + \sin(u-U)\sin \mathrm{E}\right\}$$

$$\frac{\partial y}{\sin J\,\partial N} = -r\,\nu\left\{\cos B\cos u - \operatorname{tg}\frac{J}{2}\sin B\sin(u-U)\right\}$$

$$\frac{\partial y}{\partial J} = r\,\nu\cos B\sin u$$

$$a\frac{\partial y}{\partial a} = y.$$

Hierin bezeichnet:

E die mittlere Länge des Trabanten bezüglich des Äquators,
Π die Länge des Perisaturniums, ebenfalls bezüglich des Äquators,
e die Exzentrizität,
N die Länge des aufsteigenden Knotens auf dem Äquator,
J die Neigung gegen den Äquator,
E die exzentrische Anomalie des Trabanten,

$$[\mathrm{E}] = \sqrt{1-e^2}\cos \mathrm{E} + \frac{e}{1+\sqrt{1-e^2}}.$$

Lagen zwei Beobachtungen, wie das häufiger vorkam, nicht mehr als eine Stunde voneinander getrennt, so genügte es, die Koeffizienten der Bedingungsgleichungen nur einmal zu rechnen, und als absolutes Glied das Mittel der beiden $B - R$ zu nehmen. Dabei erhielt eine solche Bedingungsgleichung doppeltes Gewicht. Was im übrigen die Gewichtsverteilung anlangt, so wurde mangels zureichender Kriterien von einer Nuancierung abgesehen: nur einigen Gleichungen, die auffallend große Abweichungen — jedenfalls durch weniger sorgfältige Beobachtungen veranlaßt — zeigten, wurde, um die entstellende Wirkung abzuschwächen, das Gewicht $^1/_2$ verliehen.

Es wäre vielleicht nicht unberechtigt gewesen, solche Beobachtungen ganz auszuschließen. Da jedoch von vornherein nicht festzustellen war, ob Mängel der Theorie oder der Beobachtung die große Differenz verursachten, so wurden sie, wie bemerkt, mit dem Gewicht $^1/_2$ mitgenommen.

Die nachfolgende Zusammenstellung enthält außer den logarithmischen Koeffizienten der Bedingungsgleichungen, den numerischen Beträgen der absoluten Glieder und den den einzelnen Gleichungen zuerkannten Gewichten auch gleich die nach der Auflösung übrigbleibenden Fehler v, ebenfalls im Sinne $B - R$.

Koeffizienten der Bedingungsgleichungen in x. 1901.

1901		Beobachter	dE	$e\,dH$	de	$\sin J\,dN$	$\frac{da}{a}$	n	Gew.	v
April	28	S	2.3137_n	2.2187	2.5731_n	0.9993	1.7903	−0.67	1	−0.14
	29	S	2.3345_n	2.0570	2.6127_n	1.0312	9.2304	0.98	1	−0.49
Mai	13	S	2.2059	1.7310_n	2.5424_n	0.9101_n	2.1287	+0.60	1	+0.38
	14	S	2.0195	1.6647_n	2.4453_n	0.7194_n	2.2431	+0.09	1	−0.04
	15	S	1.5492	0.6882	2.3531_n	0.2715_n	2.2917	+0.20	1	+0.22
	23	S	2.1800_n	1.4585_n	2.5306_n	0.9043	2.2299_n	−1.08	1	−0.87
Juni	9	S	2.3204_n	2.2585	2.5777_n	1.0030	1.9221	−1.33	1	0.77
	10	S	2.3559_n	2.1271	2.6300_n	1.0498	1.2641	−0.57	1	−0.04
	18	S	2.0155	2.1505	2.4046_n	0.7824_n	2.3284_n	+0.29	1	+0.26
	24	S	2.2592	1.6887_n	2.5848_n	0.9658_n	2.0864	+0.60	1	+0.35
	27	S	1.2493_n	1.7763	2.3392_n	9.8115	2.3118	+0.16	1	+0.31
Juli	5	S	2.0897_n	1.4567_n	2.4880_n	0.8160	2.3073_n	0.31	1	−0.15
	9	S	1.9792	2.1389	2.3922_n	0.7494_n	2.3416_n	+0.38	(1)	+0.44
	10	S	2.1511	2.2173	2.4694_n	0.9116_n	2.2661_n	+0.19	(1)	+0.21
	13	H	2.3451	1.8273	2.6466_n	1.0740_n	0.3075_n	0.00	2	−0.21
	15	S	2.2750	1.5998_n	2.5971_n	0.9839_n	2.0555	−0.10	1	−0.35
	18	H	1.2480_n	1.7874	2.3378_n	9.8023	2.3100	+0.11	2	+0.26
	19	H	1.9741_n	2.1449	2.3723_n	0.6287	2.2722	+0.15	2	+0.50
	21	S	2.3014_n	2.2917	2.5520_n	0.9785	2.0130	−0.95	1	−0.39
	23	S	2.3572_n	1.9853	2.6424_n	1.0574	1.4573_n	−0.81	1	−0.32
	26	H	2.0927_n	1.4176_n	2.4880_n	0.8182	2.3036_n	−0.11	1	+0.05
Aug.	1	H	2.2525	2.2178	2.5441_n	1.0049_n	2.1323_n	+0.35	1	+0.25
	7	S	1.9232	1.4675_n	2.4215_n	0.6260_n	2.2730	−0.91	1	−0.99
	8	S	0.8071	1.5651	2.3398_n	9.7077_n	2.3038	−0.07	1	+0.02
	8	H	0.2558_n	1.6535	2.3356_n	9.0848_n	2.3039	+0.74	1	+0.85
	9	S	1.8422_n	2.0620	2.3439_n	0.4878	2.2833	−0.13	1	+0.15
	15	H	2.2443_n	0.9285_n	2.5722_n	0.9636	2.1576_n	−0.05	2	+0.23
	19	S	1.3592	1.8605	2.3238_n	0.1881_n	2.3742_n	+0.26	1	−0.01
	20	S	1.8702	2.0798	2.3543_n	0.6481_n	2.3468_n	−0.55	1	−0.56
	21	S	2.0876	2.1898	2.4262_n	0.8529_n	2.2841_n	−0.11	1	−0.15
	22	S	2.2150	2.2155	2.5106_n	0.9707_n	2.1702_n	+0.37	1	+0.29
Sept.	3	S	2.3411_n	2.0663	2.6186_n	1.0364	9.5315_n	−0.44	1	+0.06
	4	S	2.3193_n	1.7145	2.6167_n	1.0266	1.8118_n	+0.22	1	+0.63
	4	H	2.3147_n	1.6563	2.6142_n	1.0231	1.8549_n	−0.15	2	+0.25
	6	S	2.1521_n	1.4112_n	2.5092_n	0.8769	2.2333_n	−0.04	1	+0.16
	7	S	1.9808_n	1.3273_n	2.4280_n	0.7071	2.3133_n	+0.67	1	+0.79
	8	S	1.6688_n	0.8575	2.3546_n	0.3800	2.3533_n	−0.34	1	−0.28
	9	S	0.9425	1.7421	2.3131_n	9.8615_n	2.3643_n	+1.05	1	+1.07
	12	S	2.1653	2.1928	2.4721_n	0.9241_n	2.2048_n	+1.41	(1)	+1.34
	13	H	2.2622	2.1475	2.5553_n	1.0098_n	2.0131_n	−0.20	(2)	−0.32
	18	H	2.0223	1.6884_n	2.4372_n	0.7203_n	2.2207	−0.04	1	−0.18

Koeffizienten der Bedingungsgleichungen in y. 1901.

1901		Beobachter	dE	$e\,dH$	de	$\sin J\,dN$	dJ	$\frac{da}{a}$	n	Gew.	v
April	28	S	1.5191_n	1.9935	0.5403_n	2.1726_n	2.0246_n	1.8878_n	−0.31	1	−0.16
	29	S	0.8352_n	1.9230	1.2627	2.2551_n	1.7508_n	1.9205_n	+0.40	1	+0.51
Mai	13	S	1.8100_n	2.0779	1.8140	2.2457	1.8576_n	1.7979	+0.18	1	+0.31
	14	S	1.9228_n	2.1734	1.8107	2.1470	2.0901_n	1.6023	+0.33	1	+0.51
	15	S	1.9741_n	2.2334	1.6744	1.9570	2.2030_n	1.1424	−0.22	1	0.00
	23	S	1.7672	2.0789	1.8663	2.2692_n	2.0122	1.7983_n	−0.22	1	−0.12
Juni	9	S	1.6475_n	2.0582	1.0172_n	2.1436_n	2.1118_n	1.8987_n	−1.60	1	−1.43
	10	S	1.1893_n	1.9695	1.0297	2.2528_n	1.9086_n	1.9458_n	−0.40	1	−0.27
	18	S	1.8651	2.2148	0.8888_n	1.4574	2.3396	1.6829	−0.87	1	−0.76
	24	S	1.7852_n	2.0722	1.8157	2.2845	1.6804_n	1.8673	−1.28	1	−1.15
	27	S	2.0068_n	2.2742	1.4914	1.7741	2.2508_n	0.6712_n	−1.04	1	−0.79

1901		Beob-achter	dE	$e\,d\Pi$	de	$\sin J\,dN$	dJ	$\frac{da}{a}$	n	Gew.	v
									"		"
Juli	5	S	1.8566	2.1548	1.8924	2.2499_n	2.1168	1.7198_n	+0.77	1	+0.88
	9	S	1.8830	2.2298	0.5123_n	1.1100	2.3451	1.6533	−0.12	(1)	0.00
	10	S	1.8042	2.1779	1.2415_n	1.8201	2.3192	1.8155	−0.03	(1)	+0.07
	13	H	0.8392_n	1.9663	1.2601	2.2795	1.9026	1.9780	0.00	2	+0.08
	15	S	1.7594_n	2.0592	1.8098	2.2929	1.4997_n	1.8854	+0.33	1	+0.46
	18	H	2.0124_n	2.2790	1.5175	1.8098	2.2444_n	0.7835_n	−0.34	2	−0.09
	19	H	1.9789_n	2.2592	0.6252	9.6534	2.2684_n	1.5457_n	−0.74	2	−0.49
	21	S	1.7422_n	2.1075	1.1093_n	2.0594_n	2.1769_n	1.8880_n	−0.36	1	−0.18
	23	S	0.5675	1.9543	1.5038	2.2870_n	1.7235_n	1.9659_n	+0.47	1	+0.58
	26	H	1.8563	2.1530	1.9022	2.2568_n	2.0912	1.7282_n	+1.11	1	+1.22
Aug.	1	H	1.6594	2.1036	1.2797_n	2.0412	2.2601	1.9136	+2.44	1/2	+2.53
	7	S	1.9778_n	2.2248	1.8264	2.1446	2.1007_n	1.5368	+0.37	1	+0.59
	8	S	2.0105_n	2.2730	1.6304	1.9337	2.2129_n	0.6212	+0.94	1	+1.19
	8	H	2.0117_n	2.2747	1.5978	1.9016	2.2201_n	0.0043	−0.16	1	+0.09
	9	S	1.9935_n	2.2687	1.1281	1.4059	2.2566_n	1.3979_n	+0.26	1	+0.51
	15	H	1.7059	2.0454	1.8751	2.3049_n	1.7267	1.8745_n	−1.20	3/2	−1.11
	19	S	1.9262	2.2529	1.4644	1.8382_n	2.3143	1.1089	−0.94	1	−0.81
	20	S	1.8964	2.2377	0.7344	1.2408_n	2.3323	1.5637	−1.78	1	−1.66
	21	S	1.8304	2.1936	1.1016_n	1.5627	2.3213	1.7675	−0.27	1	−0.16
	22	S	1.7073	2.1225	1.2923_n	1.9492	2.2765	1.8850	−2.06	1/2	−1.97
Sept.	3	S	0.8906_n	1.9535	1.2926	2.2348_n	1.8902_n	1.9501_n	−0.61	1	−0.50
	4	S	1.2976	1.9490	1.6736	2.2870_n	1.3640_n	1.9408_n	−0.27	1	−0.18
	4	H	1.3535	1.9533	1.6977	2.2899_n	1.2335_n	1.9373_n	+0.50	2	+0.59
	6	S	1.7908	2.0977	1.8870	2.2726_n	1.9350	1.7921_n	−0.33	1	−0.24
	7	S	1.8712	2.1712	1.8598	2.2116_n	2.1205	1.6226_n	+0.63	1	+0.74
	8	S	1.9092	2.2192	1.7564	2.1083_n	2.2246	1.2967_n	+0.98	1	+1.10
	9	S	1.9176	2.2420	1.5163	1.9113_n	2.2899	0.7582	+0.38	1	+0.51
	12	S	1.7452	2.1373	1.3040_n	1.8310	2.2838	1.8389	−1.13	(1)	−1.03
	13	H	1.5326	2.0457	1.2229_n	2.0757	2.2032	1.9243	+0.70	(1)	+0.78
	18	H	1.9302_n	2.1799	1.8181	2.1731	1.9889_n	1.6290	−0.09	1	+0.10

Koeffizienten der Bedingungsgleichungen in x. 1902.

1902		Beob-achter	dE	$e\,d\Pi$	de	$\sin J\,dN$	$\frac{da}{a}$	n	Gew.	v
								"		"
Juni	14	H	1.2410_n	2.0228_n	2.3015_n	0.1682	2.3863_n	−0.66	2	−0.19
Aug.	6	H	1.3724	1.9982_n	2.3109_n	9.8470_n	2.3069	−0.07	2	+0.47
	6	H	1.2758	1.9769_n	2.3133_n	9.6838_n	2.3077	−0.97	1	−0.45
	14	H	2.1890_n	2.3375_n	2.4529_n	0.9645	2.2261_n	−1.23	2	−0.55
	21	H	2.2850	1.8169_n	2.5914_n	0.9873_n	2.1010_n	+1.06	1	+1.94
	28	H	1.5594_n	1.5736_n	2.3575_n	0.3203	2.2942	−0.35	1	−0.08
Sept.	3	H	2.2798_n	2.2973_n	2.5473_n	1.0409	2.0048_n	−3.44	1	−2.81
	4	H	2.2022_n	2.3194_n	2.4677_n	0.9738	2.1872_n	−0.30	1	+0.33
	17	H	1.8035	2.1215_n	2.2939_n	0.4193_n	2.2693	−0.48	2	+0.21
Okt.	1	H	2.0747	1.4455_n	2.4600_n	0.7820_n	2.2717_n	−0.48	2	+0.04
	2	H	2.2108	1.6773_n	2.5345_n	0.9155_n	2.1608_n	−0.58	2	+0.12

Koeffizienten der Bedingungsgleichungen in y. 1902.

1902		Beob-achter	dE	$e\,d\Pi$	de	$\sin J\,dN$	dJ	$\frac{da}{a}$	n	Gew.	v
									"		"
Juni	14	H	1.8716	2.1801	1.7283_n	1.7654_n	2.3449	1.0185_n	+0.56	2	+0.19
Aug.	6	H	1.9815_n	2.2291	1.7584_n	1.7090	2.2583_n	0.7182	+0.66	2	+0.10
	6	H	1.9821_n	2.2282	1.7705_n	1.6761	2.2608_n	0.5550	+0.17	1	−0.39
	14	H	1.7185	2.1211	0.5873_n	2.2860_n	2.0797	1.8384_n	+0.56	2	+0.05
	21	H	1.6110	1.9320	1.9024_n	2.1508	2.1711	1.8633	+1.40	1	+1.38
	28	H	1.9718_n	2.2046	1.8588_n	0.7648	2.2664_n	1.1979_n	−0.81	1	−1.36
Sept.	3	H	1.4682	2.0190	0.3270_n	2.3239_n	1.6952	1.9197_n	+1.03	2	+0.57
	4	H	1.6821	2.1000	8.9382_n	2.2906_n	2.0116	1.8528_n	+1.21	2	+0.72
	17	H	1.9561_n	2.2199	1.5493_n	1.9360	2.1942_n	1.2997	+0.26	2	−0.27
Okt.	1	H	1.8004	2.0424	1.9639_n	1.7943	2.2806	1.6631	+0.45	2	+0.33
	2	H	1.6868	1.9473	1.9333_n	2.0375	2.2081	1.7965	−0.03	2	−0.07

Koeffizienten der Bedingungsgleichungen in x. 1903.

1903	Beobachter	dE	$e\,d\,H$	$d\,e$	$\sin J\,d\,N$	$\frac{d\,a}{a}$	n	Gew.	v
							"		"
Juli 24	F	1.4517	2.2346_n	2.1873_n	9.6958_n	2.3823_n	−0.77	1	−0.07
Aug. 17	F	2.2676	2.3550_n	2.4806_n	0.9227_n	2.1773_n	−0.89	1	+0.36
Sept. 11	F	2.3346	2.5730_n	2.2531_n	0.9593_n	1.9780	−3.94	$^1/_2$	−1.38
12	F	2.2207	2.5100_n	2.0883_n	0.8320_n	2.1752	−1.96	1	−0.59
13	F	1.9904	2.3889_n	2.0322_n	0.5655_n	2.2721	−1.21	2	−0.20
14	F	1.3314	2.2350_n	2.1488_n	9.0479_n	2.3085	−0.58	2	+0.12
15	F	1.7101_n	2.1241_n	2.3135_n	0.5461	2.2961	−0.20	2	+0.33
21	F	2.2671_n	2.5398_n	2.3266_n	1.0689	1.9754_n	+0.12	1	+1.06
22	F	2.2021_n	2.5231_n	2.1944_n	1.0115	2.1634_n	+0.77	2	+1.68
25	F	1.4865_n	2.3017_n	2.0401_n	0.4362	2.3636_n	−0.40	2	+0.26
26	F	1.3888	2.2136_n	2.1638_n	9.4972_n	2.3633_n	−1.18	1	−0.52
Okt. 13	F	2.2186_n	2.5193_n	2.2380_n	1.0262	2.0824_n	−0.18	(1)	+0.74
14	F	2.1310_n	2.4844_n	2.1032_n	0.9489	2.2158_n	+0.11	(1)	+0.95
18	F	1.7585	2.1975_n	2.2141_n	0.3143_n	2.3315_n	−0.58	1	+0.13
20	F	2.2099	2.3069_n	2.4282_n	0.8619_n	2.1702_n	−1.90	1	−0.79
21	F	2.3073	2.4247_n	2.4591_n	0.9558_n	1.9675_n	−2.65	$^1/_2$	−1.26

Koeffizienten der Bedingungsgleichungen in y. 1903.

1903	Beobachter	dE	$e\,d\,H$	$d\,e$	$\sin J\,d\,N$	dJ	$\frac{d\,a}{a}$	n	Gew.	v
								"		"
Juli 24	F	1.8437	1.9254	2.0811_n	1.1985	2.3565	0.5888	+0.62	1	+0.57
Aug. 17	F	1.6798	1.5144	2.0474_n	2.1775	2.1480	1.7376	−0.29	1	−0.10
Sept. 11	F	1.6218_n	1.9402	1.7158_n	2.2188	1.9342_n	1.7766	+0.67	1	+0.53
12	F	1.8032_n	2.0416	1.8232_n	2.0985	2.1394_n	1.6460	+0.74	1	+0.48
13	F	1.8907_n	2.0724	1.9565_n	1.8489	2.2406_n	1.3711	+0.46	2	+0.13
14	F	1.9176_n	2.0323	2.0518_n	0.8602	2.2803_n	8.3010	+0.94	2	+0.60
15	F	1.8960_n	1.9406	2.0910_n	1.7619_n	2.2708_n	1.3834_n	+0.50	2	+0.20
21	F	1.3741	1.8772	1.6814_n	2.3304_n	1.9072	1.8906_n	−0.02	1	−0.36
22	F	1.5957	1.9637	1.7346_n	2.2748_n	2.1222	1.8322_n	−0.30	2	−0.65
25	F	1.8376	2.0059	2.0268_n	1.7492_n	2.3330	1.2417_n	−0.42	2	−0.60
26	F	1.8491	1.9413	2.0827_n	0.2254_n	2.3355	0.4579	−0.39	1	−0.46
Okt. 13	F	1.5067	1.9185	1.6894_n	2.2882_n	2.0356	1.8486_n	+0.46	(1)	+0.12
14	F	1.6617	1.9834	1.7751_n	2.2160_n	2.1765	1.7695_n	+0.43	(1)	+0.11
18	F	1.8280	1.8295	2.0974_n	1.4780	2.3053	1.1611	+0.05	1	+0.07
20	F	1.6864	1.4941	2.0424_n	2.0992	2.1522	1.6907	−0.36	1	−0.19
21	F	1.4793	1.4071	1.9464_n	2.2009	1.9597	1.7823	−0.87	1	−0.70

Koeffizienten der Bedingungsgleichungen in x. 1904.

1904	Beobachter	dE	$e\,d\,H$	$d\,e$	$\sin J\,d\,N$	$\frac{d\,a}{a}$	n	Gew.	v
							"		"
Aug. 12	Hm	1.7538	2.3592_n	1.8969_n	0.2089_n	2.3542_n	−1.25	1	−0.46
Sept. 2	Hm	1.6804	2.3544_n	1.8088_n	0.0686_n	2.3542_n	−0.16	1	+0.65
10	Hm	1.9379	2.4133_n	0.9282	0.4783_n	2.3093	+1.67	1	+0.97
11	Hm	1.1490	2.3406_n	1.7347_n	9.7488	2.3396	−0.02	1	−0.19
11	H	9.7642_n	2.3345_n	1.8380_n	0.1181	2.3404	+0.25	1	+0.20
16	Hm	2.2971_n	2.6170_n	2.1085_n	1.1089	1.5624	−1.22	1	+1.01
16	H	2.2989_n	2.6202_n	2.0885_n	1.1110	1.4762	−2.43	1	−0.19
17	H	2.2993_n	2.6333_n	1.8323_n	1.1138	1.4178_n	−1.53	1	+0.75
27	H	2.3860	2.6376_n	2.0772_n	1.0084_n	1.5490_n	−0.32	1	−0.84
29	H	2.3235	2.6047_n	1.1550	0.9371_n	2.0279	+0.94	1	−0.10
30	Hm	2.2081	2.5246_n	1.5395	0.8114_n	2.1957	+1.87	1	+0.86

1904		Beob-achter	dE	$e\,dH$	de	$\sin J\,dN$	$\frac{da}{a}$	n	Gew.	v
								"		"
Okt.	1	Hm	1.9759	2.4170_n	1.0503	0.5326_n	2.2889	+1.93	1	+1.20
	1	H	1.9026	2.3958_n	0.1252	0.4333_n	2.3006	+1.24	1	+0.59
	3	Hm	1.6257_n	2.3239_n	2.0503_n	0.5401	2.3191	+0.25	1	+0.60
	4	Hm	2.0018_n	2.3858_n	2.2188_n	0.8266	2.2698	−1.43	1	−0.45
	5	Hm	2.1543_n	2.4675_n	2.2730_n	0.9650	2.1783	−1.09	1	+0.40
	6	Hm	2.2385_n	2.5424_n	2.2522_n	1.0474	2.0158	−2.59	1	−0.69
	7	Hm	2.2803_n	2.5951_n	2.1499_n	1.0913	1.6790	−2.66	1	−0.51
	10	Hm	2.2198_n	2.5808_n	1.2379	1.0398	2.0727_n	−1.68	1	+0.33
	13	H	1.5260_n	2.3620_n	0.9058	0.4955	2.3359_n	−0.98	1	+0.18
	20	H	2.3258	2.6027_n	0.5621	0.9403_n	1.9608	+1.61	1	+0.62
	23	H	1.4483	2.3231_n	1.6892_n	9.3390_n	2.3100	+0.48	1	+0.23
	27	H	2.2179_n	2.5226_n	2.2406_n	1.0272	2.0195	−2.45	1	−0.65
	27	H	2.2206_n	2.5255_n	2.2382_n	1.0299	2.0103	−2.64	1	−0.82
Nov.	3	H	1.6245_n	2.3571_n	1.4389	0.5523	2.3144_n	−0.70	1	+0.44
	10	H	2.3217	2.5960_n	0.6786	0.9365_n	1.9007	+0.31	1	−0.65
	11	H	2.2175	2.5154_n	1.6692	0.8250_n	2.1314	+0.82	1	−0.20
	17	H	1.8866_n	2.2052_n	1.8832_n	0.9988	2.0478	−1.37	1	−0.70
Dez.	2	H	2.2371	2.5259_n	1.6803	0.8472_n	2.0735	+0.33	1	−0.68

Koeffizienten der Bedingungsgleichungen in y. 1904.

1904		Beob-achter	dE	$e\,dH$	de	$\sin J\,dN$	dJ	$\frac{da}{a}$	n	Gew.	v
									"		"
Aug.	12	Hm	1.7724	0.8362	2.0795_n	1.9199	2.3115	0.9132	+0.90	1	+0.87
Sept.	2	Hm	1.7887	0.8763	2.0946_n	1.8276	2.3191	0.7894	−0.36	1	−0.38
	10	Hm	1.7946_n	1.6829	2.0536_n	1.0549	2.3072_n	1.2043	−0.03	1	+0.42
	11	Hm	1.8107_n	1.5029	2.0898_n	1.7446_n	2.3086_n	0.4755_n	−0.51	1	+0.06
	11	H	1.8085_n	1.4452	2.0918_n	1.7968_n	2.3032_n	0.8448_n	+0.91	1	+1.49
	16	Hm	1.0322_n	0.6481	1.8152_n	2.3764_n	1.0788	1.8383_n	−0.26	1	+0.14
	16	H	0.9581_n	0.7671	1.8095_n	2.3746_n	1.2645	1.8404_n	−0.08	1	+0.31
	17	H	0.7190	1.2742	1.7860_n	2.3592_n	1.8530	1.8437_n	−0.12	1	+0.14
	27	H	0.9941	0.2335	1.8146_n	2.2764	0.2829_n	1.7415	+0.08	1	+0.03
	29	H	1.5526_n	1.6736	1.8591_n	2.1390	2.1145_n	1.6718	+0.38	1	+0.52
	30	Hm	1.7077_n	1.7464	1.9556_n	1.9331	2.2304_n	1.5464	+0.21	1	+0.49
Okt.	1	Hm	1.7871_n	1.7103	2.0400_n	1.3692	2.2896_n	1.2679	−0.22	1	+0.21
	1	H	1.7957_n	1.6888	2.0525_n	1.2001	2.2953_n	1.1686	−0.92	1	−0.46
	3	Hm	1.7887_n	1.2439	2.0833_n	1.9841_n	2.2661_n	1.2758_n	−0.36	1	+0.26
	4	Hm	1.7270_n	0.2167	2.0449_n	2.1787_n	2.1830_n	1.5626_n	−0.60	1	+0.03
	5	Hm	1.6271_n	0.7800_n	1.9812_n	2.2794_n	2.0442_n	1.7013_n	−1.24	1	−0.65
	6	Hm	1.4625_n	0.7406_n	1.9005_n	2.3368_n	1.7776_n	1.7838_n	−1.03	1	−0.51
	7	Hm	1.1450_n	0.4407	1.8227_n	2.3606_n	0.5123_n	1.8279_n	−0.14	1	+0.28
	10	Hm	1.4665	1.6048	1.8506_n	2.2499_n	2.1708	1.7770_n	−0.04	1	+0.10
	13	H	1.7670	1.5014	2.0650_n	1.3302_n	2.3317	1.2329_n	+1.01	1	+1.00
	20	H	1.4922_n	1.6341	1.8282_n	2.1520	2.0614_n	1.6778	−0.51	1	−0.40
	23	H	1.7965_n	1.5622	2.0684_n	1.4611_n	2.2855_n	0.0763	−0.86	1	−0.33
	27	H	1.4662_n	0.7571_n	1.8926_n	2.3183_n	1.7974_n	1.7639_n	−1.22	1	−0.72
	27	H	1.4572_n	0.7438_n	1.8889_n	2.3201_n	1.7811_n	1.7667_n	+0.13	1	+0.63
Nov.	3	H	1.7454	1.4370	2.0463_n	2.1204_n	2.2135	1.2875_n	−0.04	1	−0.06
	10	H	1.4241_n	1.5465	1.8057_n	2.1517	2.0205_n	1.6692	+0.15	1	+0.25
	11	H	1.6398_n	1.6651	1.9090_n	1.9880	2.1781_n	1.5573	−0.54	1	−0.30
	17	H	1.1797_n	1.0260_n	1.8847_n	2.2972_n	1.8420_n	1.7282_n	−0.29	1	+0.11
Dez.	2	H	1.5713_n	1.6120	1.8595_n	2.0169	2.1409_n	1.5670	−0.15	1	+0.03

Beobachter: F = Frederick, Hm = Hammond, H = Hussey, S = See.

Da, wie schon erwähnt, die Störungen von Titan auf Hyperion am größten um die Konjunktion herum sind, so liegt es nahe, die in diese Zeit fallenden Beobachtungen bei der Auflösung der Bedingungsgleichungen auszuschließen. Die Konjunktionen finden statt:

1901		1902		1903		1904	
Mai	6	Juli	24	August	13	August	26
Juli	10	September	26	Oktober	15	Oktober	30
September	12						

Die Gleichungen, die danach bei der Auflösung nicht mitgenommen wurden, sind in der obigen Tabelle dadurch gekennzeichnet, daß ihr Gewicht eingeklammert ist.

Aus demselben Grunde wäre es zweckmäßig, immer nur die innerhalb eines synodischen Umlaufes liegenden Beobachtungen zusammenzufassen. Da aber deren Zahl eine verhältnismäßig geringe ist, empfahl es sich, größere Gruppen zu bilden, und es wurde daher eine Abscheidung vorgenommen in der Weise, daß die Gleichungen aus den Jahren 1901 und 1904 je für sich, aus den Jahren 1902 und 1903 aber, aus denen nur kleinere Reihen vorhanden sind, vereinigt aufgelöst wurden.

Die Normalgleichungen lauten alsdann, nachdem die Bedingungsgleichungen in der üblichen Weise homogen gemacht waren, folgendermaßen:

1901.

$+12.0999\,(dE) - 3.0215\,(e\,dH) + 2.7185\,(de) - 2.8180\,(\sin J\,dN) + 4.3844\,(dJ) + 0.5488\left(\frac{da}{a}\right)$						$= + 3.4484$
$- 3.0215$	$+16.6844$	$- 3.3980$	$- 1.0654$	$- 1.4892$	$- 0.7795$	$= - 2.3252$
$+ 2.7185$	$- 3.3980$	$+11.5141$	$- 0.4639$	$- 0.0678$	$+ 0.4861$	$= + 1.7104$
$- 2.8180$	$- 1.0654$	$- 0.4639$	$+10.2989$	$- 2.1080$	$+ 3.5102$	$= - 0.0900$
$+ 4.3844$	$- 1.4892$	$- 0.0678$	$- 2.1080$	$+11.0347$	$+ 0.9234$	$= + 0.7150$
$+ 0.5488$	$- 0.7795$	$+ 0.4861$	$+ 3.5102$	$+ 0.9234$	$+12.3481$	$= - 0.0065$

1902—1903.

$+10.3491\,(dE) - 0.2078\,(e\,dH) - 1.3879\,(de) - 1.4117\,(\sin J\,dN) + 5.0710\,(dJ) + 0.7111\left(\frac{da}{a}\right)$						$= - 1.4185$
$- 0.2078$	$+11.3283$	$+4.5838$	$- 0.6316$	$+ 0.3506$	$+ 1.5698$	$= + 5.1325$
$- 1.3879$	$+ 4.5838$	$+8.2888$	$- 0.4431$	$- 0.5788$	$+ 2.3284$	$= + 3.1647$
$- 1.4117$	$- 0.6316$	$- 0.4431$	$+5.6960$	$- 1.7437$	$+ 2.0983$	$= - 0.6316$
$+ 5.0710$	$+ 0.3506$	$- 0.5788$	$- 1.7437$	$+10.3284$	$- 0.1891$	$= - 0.3358$
$+ 0.7111$	$+ 1.5698$	$+2.3284$	$+2.0983$	$- 0.1891$	$+12.7562$	$= + 0.6222$

1904.

$+10.6518\,(dE) + 0.2075\,(e\,dH) + 5.5094\,(de) - 0.0801\,(\sin J\,dN) + 3.4989\,(dJ) + 0.9956\left(\frac{da}{a}\right)$						$= + 8.3040$
$+ 0.2075$	$+18.6788$	$+ 6.1229$	$- 0.0410$	$- 0.7878$	$- 5.6144$	$= + 4.8254$
$+ 5.5094$	$+ 6.1229$	$+13.2795$	$+ 2.4480$	$+ 3.8245$	$- 2.3461$	$= + 7.0211$
$- 0.0801$	$- 0.0410$	$+ 2.4480$	$+11.5451$	$+ 0.2186$	$+ 3.1203$	$= + 1.1757$
$+ 3.4989$	$- 0.7878$	$+ 3.8245$	$+ 0.2186$	$+13.3571$	$- 0.5025$	$= + 2.0988$
$+ 0.9956$	$- 5.6144$	$- 2.3461$	$+ 3.1203$	$- 0.5025$	$+11.9286$	$= + 1.8818$

Die Auflösung nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt die folgenden Korrektionen der Elemente mit den beigesetzten mittleren Fehlern:

Auflösung 1901.

Epoche: 1901 Juni 8.0 M. Zt. Gr.

$\log(dE)$	$= 9.4327$	dE	$= +5.3$	± 2.5	$E = 46^\circ 43.7$	Anzahl der Gleichungen 74
$\log(e\,dH)$	$= 9.1566_n$	dH	$= -0.60$	± 0.42	$H = 28.37$	Summe der Gewichte $82^1/_2$
$\log(de)$	$= 8.6597$	de	$= +0.00013$	± 0.00034	$e = 0.08851$	$[nn]$ 36.66
$\log(\sin J\,dN)$	$= 8.7381$	$\sin J\,dN$	$= +1.2$	± 2.9	$N = 127^\circ 59.4$	$[vv]_x$ 7.97
$\log(dJ)$	$= 8.6855_n$	dJ	$= -1.1$	± 3.0	$J = 5^\circ 57.0$	$[vv]_y$ 24.11
$\log\left(\frac{da}{a}\right)$	$= 8.5483_n$	da	$= -0.''042$	$\pm 0.''141$	$a = 213.''213$	$[vv]$ 32.08

Mittlerer Fehler einer Gleichung: $\pm 0.''687$

Auflösung 1902—1903.

Epoche: 1902 Oktober 28.0 M. Zt. Gr.

$\log(dE)$	$= 9.1005_n$	dE	$= -5.4$	± 4.4	$E = 332^\circ 59.1$	Anzahl der Gleichungen 50
$\log(e\,dH)$	$= 9.5893$	dH	$= +1.74$	± 0.43	$H = 2.32$	Summe der Gewichte 73
$\log(de)$	$= 9.1565$	de	$= +0.00090$	± 0.00073	$e = 0.10084$	$[nn]$ 61.40
$\log(\sin J\,dN)$	$= 8.9203_n$	$\sin J\,dN$	$= -2.9$	± 4.4	$N = 127^\circ 44.7$	$[vv]_x$ 24.54
$\log(dJ)$	$= 8.0039$	dJ	$= +0.3$	± 3.5	$J = 5^\circ 59.0$	$[vv]_y$ 10.19
$\log\left(\frac{da}{a}\right)$	$= 7.6365_n$	da	$= -0.''009$	$\pm 0.''182$	$a = 213.''408$	$[vv]$ 34.73

Mittlerer Fehler einer Gleichung: $\pm 0.''888$

Auflösung 1904.

Epoche: 1904 September 28.0 M. Zt. Gr.

$\log(dE)$	$= 9.8239$	dE	$= +22.9$	± 3.0	$E = 319^\circ 36.5$	Anzahl der Gleichungen 58
$\log(e\,dH)$	$= 9.4247$	dH	$= +0.85$	± 0.21	$H = 330.35$	Summe der Gewichte 58
$\log(de)$	$= 9.2788$	de	$= +0.00239$	± 0.00112	$e = 0.11567$	$[nn]$ 72.56
$\log(\sin J\,dN)$	$= 7.5119_n$	$\sin J\,dN$	$= -0.1$	± 2.8	$N = 128^\circ 34.3$	$[vv]_x$ 11.18
$\log(dJ)$	$= 8.6651_n$	dJ	$= -1.9$	± 2.9	$J = 5^\circ 58.3$	$[vv]_y$ 7.44
$\log\left(\frac{da}{a}\right)$	$= 9.4208$	da	$= +0.''564$	$\pm 0.''173$	$a = 213.''747$	$[vv]$ 18.62

Mittlerer Fehler einer Gleichung: $\pm 0.''605$

Wie man sieht, vermindert sich in den Auflösungen für 1901 und 1902—1903 die Summe der Fehlerquadrate nur um einen geringen Betrag. 1901 liegt das offenbar daran, daß in diesem Jahre Anschlüsse von Hyperion an Saturn stattgefunden haben; denn die bei der geschilderten Beobachtungsweise unvermeidlichen Ungenauigkeiten in p machen sich hauptsächlich in den y-Koordinaten geltend und ein Ausschluß dieser Beobachtungen würde den Betrag von $[v\,v]_y$ bedeutend herabdrücken.

Bei der Auflösung der zweiten Gruppe von Beobachtungen hat vermutlich die Zusammenziehung der beiden Jahre 1902 und 1903 die geringe Verminderung der Fehlerquadratsumme im Gefolge.

Es darf auch nicht übersehen werden, daß die Korrektionen der Elemente mit einer viel größeren Genauigkeit bestimmt sind, als man nach den beigesetzten mittleren Fehlern voraussetzen sollte. Die letzteren mußten naturgemäß aus den übrigbleibenden Fehlern bestimmt werden. Natürlich bildet der mittlere Fehler aber nur dann einen zutreffenden Maßstab für die Genauigkeit, wenn die übrigbleibenden Fehler wirklich nur zufällige sind. Das ist aber, wie schon hervorgehoben wurde, nicht der Fall, hauptsächlich deshalb, weil die kurzperiodischen Störungen nicht in Rechnung gebracht werden können.

D. Folgerungen.

Aus der Auflösung geht hervor, daß die Ausgangselemente durch die vorliegenden Beobachtungen eine gute Bestätigung erfahren. Der Wert der Beobachtungen liegt aber, wie schon eingangs erwähnt, hauptsächlich darin, daß ihre Epoche von der der Pulkowaer Beobachtungen hinreichend weit entfernt ist, um eine genauere Bestimmung einiger der von Professor Struve abgeleiteten Konstanten zu unternehmen.

Was zunächst die Bahnlage betrifft, so müssen wir, um mit den bisherigen Daten vergleichen zu können, die auf den Äquator bezüglichen Korrektionen dN und dJ in $d\Omega$ und di, bezogen auf die Ekliptik, verwandeln. Dann wird:

		1901.5	1903.0	1904.8
$d\Omega$		$+ 3.'53$	$- 5.'07$	$+ 2.'51$
di		$- 0.03$	$- 1.68$	$- 1.46$
Ω	1890.0	$169^\circ 38.'7$	$169^\circ 32.'3$	$169^\circ 39.'7$
i		$27\ 29.8$	$27\ 30.3$	$27\ 32.9$

Für die Bahnlage von Titan findet man:

Ω_{Ti}	1890.0	$168^\circ 15.'4$	$168^\circ 15.'1$	$168^\circ 14.'8$
i_{Ti}		$27\ 40.9$	$27\ 41.0$	$27\ 41.2$

Folglich wird:

		1901.5	1903.0	1904.8
$(\Omega - \Omega_{Ti}) \sin i$	1890.0	$+ 38.'5$	$+ 35.'7$	$+ 39.'3$
$i - i_{Ti}$		$- 11.1$	$- 10.7$	$- 8.3$

Vereinigen wir diese Werte, indem wir jedem derselben die Summe der Gewichte der betreffenden Beobachtungsreihe beilegen (s. pg. 24), so erhalten wir für die Epoche 1902.9

	$(\Omega - \Omega_{Ti}) \sin i$	$i - i_{Ti}$
aus den Beobachtungen:	$+ 37.'8$	$- 10.'2$
Die berechneten Werte sind:	$+ 37.2$	$- 8.8$
Daraus folgt $B - R$:	$+ 0.6$	$- 1.4$

Das ist eine ganz gute Übereinstimmung. Die berechneten Werte sind abgeleitet mit Hülfe der Formeln (Str. pg. 285):

$$\sin i\,(\Omega - \Omega_{Ti}) = c \sin (b - ht) - \frac{1.25}{h} + \frac{4.12}{h - 0.50} \sin (47.8 - 0.50\,t)$$

$$(i - i_{Ti}) = c \cos (b - ht) - \frac{15.29}{h} + \frac{4.12}{h - 0.50} \cos (47.8 - 0.50\,t).$$

Hierin bedeutet t die Zeit, gerechnet von 1890.0 an, h ist eine Konstante, die von der Störungsfunktion von Titan auf Hyperion abhängt, deren Berechnung jedoch wegen der ungenügenden Konvergenz bei der Entwicklung der Störungsfunktion zu kompliziert ist, als daß sie mit Aussicht auf Erfolg unternommen werden könnte. Struve hat deshalb aus der Diskussion der Beobachtungen zwei Hypothesen für h aufgestellt, $h = 2°$ und $h = 3°$, und nach Feststellung der Übereinstimmung mit den Beobachtungen die erstere Hypothese beibehalten. Mit dieser sind die oben angeführten Werte erlangt. Die Konstanten b und c berechnen sich dann daraus, daß man für einen beliebigen Zeitpunkt die Beobachtungen genau darstellt. Struve wählte hierfür 1890.0, weil die Beobachtungen um diese Epoche den größten Anspruch auf Genauigkeit besitzen, und wir wollen sie bei den folgenden Betrachtungen festhalten.

Da die in der vorliegenden Arbeit verwerteten Beobachtungen einen genügend großen Abstand von dieser Epoche 1890.0 haben, so kann es unternommen werden, die Größe h genauer festzulegen. Es sind im folgenden die Werte $B - R$ zusammengestellt für die verschiedenen Beobachtungsepochen und die Hypothesen $h = 1.8$, 1.9, 2.0 usw. bis $h = 2.4$, außerdem noch für $h = 3.0$. In den zwischen 2.4 und 3.0 liegenden Werten, die für die Entscheidung nicht mehr in Betracht kommen, findet ein regelmäßiger Gang der Differenzen statt.

h	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2	2.3	2.4	3.0
b	121.0	121.4	121.7	122.0	122.2	122.4	122.6	123.5
c	35.7	36.0	36.2	36.4	36.6	36.8	36.9	37.7
			$(\Omega - \Omega_{Ti})\sin i$. $B - R$.					
1852.9	—6.4	—3.7	—1.1	+1.5	+4.0	+6.4	+8.8	+20.6
1878.5	—1.4	—0.6	+0.1	+0.9	+1.6	+2.3	+3.0	+ 7.6
1884.5	+3.0	+3.3	+3.6	+3.9	+4.2	+4.5	+4.8	+ 6.7
1890.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1902.9	+1.0	+0.8	+0.6	+0.4	+0.2	0.0	—0.2	—0.4
			$i - i_{Ti}$. $B - R$.					
1852.9	+4.1	+3.6	+2.9	+2.1	+1.0	—0.2	—1.5	—12.4
1878.5	—2.6	—2.1	—1.7	— 1.2	—0.8	—0.4	—0.1	+ 1.8
1884.5	—0.9	—0.7	—0.4	—0.1	+0.2	+0.4	+0.7	+ 2.1
1890.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1902.9	+0.8	—0.4	—1.4	—2.1	—2.8	—3.6	—4.4	— 9.8

Danach ist es nun sicher, daß für h der Wert 3° nicht in Betracht kommen kann, vielmehr muß h ganz in der Nähe von 2° liegen. In $i - i_{Ti}$ ist die Darstellung am besten für $h = 2\overset{\circ}{.}1$, in $\Omega - \Omega_{Ti}$ aber, sowie, wenn man die Bestimmungen für beide Elemente der Bahnlage vereinigt, muß der Wert

$$h = 2\overset{\circ}{.}0 \pm 0\overset{\circ}{.}07$$

vorgezogen werden.

Was weiter die Elemente e und Π betrifft, so sind diese von dem Winkel abhängig, den die Apsidenlinien von Hyperion und Titan miteinander einschließen. Das folgt aus der Theorie und geht auch aus den Beobachtungen deutlich hervor. Struve hat diese beiden Elemente durch folgende trigonometrischen Reihen dargestellt:

$$\Pi = \Pi_0 + a \sin (\Pi_1 - \Pi_0) + b \sin 2 (\Pi_1 - \Pi_0)$$
$$e = e_0 + a' \cos (\Pi_1 - \Pi_0)$$

Hierin ist

$$\Pi_0 = 276\overset{\circ}{.}50 - 18\overset{\circ}{.}663 (t - t_0) \quad a = +14\overset{\circ}{.}0 \quad b = -1\overset{\circ}{.}5 \quad t_0 = 1888.890$$
$$e_0 = 0.1043 \quad a' = +0.0230$$

Bei diesen Annahmen bleiben folgende Abweichungen in den einzelnen Bestimmungen übrig:

Epoche	Π_B	$\Pi_B - \Pi_R$	e_B	$e_B - e_R$	Gewicht
1849.00	296°.73 :	+ 4°.39 :	0.1261 :	+ 0.0060 :	1
1853.00	232.60	+ 0.55	0.1215	— 0.0026	1
1875.75	173.97	— 1.98	0.0974	— 0.0002	1
1877.84	133.33	+ 1.64	0.0872	+ 0.0022	1
1879.84	86.52	+ 2.75	0.0791	— 0.0023	1
1880.84	59.30	— 0.44	0.0816	— 0.0018	1
1884.00	351.34	— 2.23	0.1019	— 0.0005	1
1885.00	336.53	+ 0.25	0.1099	— 0.0002	1
1887.145	303.08	+ 0.50	0.1229	— 0.0004	2
1888.192	287.07	+ 0.26	0.1252	— 0.0014	2
1889.238	270.66	— 0.47	0.1261	— 0.0011	2
1890.107	258.29	+ 0.19	0.1256	+ 0.0001	2
1891.156	241.70	— 0.50	0.1221	+ 0.0009	2
1892.196	226.00	0.00	0.1174	+ 0.0025	2
1901.434	28.37	— 0.60	0.0885	+ 0.0001	2
1902.823	2.32	+ 1.74	0.1008	+ 0.0009	2
1904.740	330.35	+ 0.85	0.1157	+ 0.0024	2

Auf Grund der hinzugetretenen Bestimmungen habe ich es nun versucht, die Koeffizienten je eines weiteren Gliedes in der Entwicklung obiger trigonometrischer Reihen zu bestimmen und gleichzeitig die ursprünglichen Werte zu verbessern. Dabei ergab sich, daß ein vom Argument sin $3 (\Pi_1 - \Pi_0)$ abhängendes Glied keine nennenswerte Ver-

besserung in der Darstellung von Π ergab, daß dagegen ein Glied $+ b' \cos 2 (\Pi_1 - \Pi_0)$ in e mit einiger Sicherheit angegeben werden kann. Man findet die beste Darstellung durch folgende Werte der Koeffizienten, deren Genauigkeit aus den beigesetzten mittleren Fehlern zu ersehen ist:

$$\begin{aligned} \Pi_0 &= 276.^\circ 496 \pm 0.^\circ 033 \\ a &= +13.61 \pm 0.52 \\ b &= -2.02 \pm 0.49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_0 &= 0.1045 \pm 0.0005 \\ a' &= +0.0236 \pm 0.0007 \\ b' &= -0.0015 \pm 0.0007 \end{aligned}$$

Die damit noch übrigbleibenden Abweichungen (im Sinne $B - R$) veranschaulicht die folgende Übersicht:

Epoche	in Π	in e
1849.00	$+ 3.^\circ 56$	+ 0.0055
1853.00	+ 1.17	— 0.0028
1875.75	— 1.89	— 0.0017
1877.84	+ 1.41	+ 0.0029
1879.84	+ 2.85	— 0.0005
1880.84	— 0.16	— 0.0005
1884.00	— 2.53	— 0.0019
1885.00	— 0.39	— 0.0016
1887.145	— 0.23	— 0.0005
1888.192	— 0.11	— 0.0009
1889.238	— 0.35	— 0.0005
1890.107	+ 0.68	+ 0.0003
1891.156	+ 0.26	+ 0.0002
1892.196	— 0.75	+ 0.0009
1901.434	— 0.43	— 0.0001
1902.823	+ 1.41	— 0.0005
1904.740	+ 0.03	+ 0.0015

Es unterliegt keinem Zweifel, daß auch die mittleren Längen von dem Winkel $\Pi - \Pi_0$ abhängig sein werden. Die Bestimmung des Einflusses dieses Winkels ist aber, wie Struve bemerkt hat, großen Schwierigkeiten unterworfen, weil sich die bezüglichen Glieder mit den von der Libration abhängenden Gliedern kurzer Periode vermischen. Ein mit Hülfe der neuesten Beobachtungen unternommener Versuch, die Koeffizienten zu ermitteln, verlief ergebnislos. Die neuen Beobachtungen zeigen überdies, daß die Konstanten des von Struve bestimmten Hauptgliedes der Libration recht gut bekannt sind. Man wird sich zur Berechnung der mittleren Längen also vorläufig mit diesem Hauptglied begnügen müssen.

Somit werden nun die

Elemente von Hyperion.

$$l = E_0 + \delta l + n\,(t - 1890\ \text{Jan. } 0)$$

$$E_0 = 304.^\circ53\ \text{(Ekl.)}$$

$$\delta l = 9.^\circ16 \sin [0.^\circ56205\ (\tau - 1889\ \text{Jan. } 8.2)]$$

$$n = 16.^\circ919983\ \text{(trop.)}$$

$$\Omega = 167^\circ\,49.'7 + 42.'4 \sin (47.^\circ8 - 0.^\circ50\,t) + 78.'1 \sin (121.^\circ7 - 2.^\circ0\,t)$$
$$i = 27\ 20.8 + 19.6 \cos (47.8 - 0.50\,t) + 36.2 \cos (121.7 - 2.0\,t)$$

Äquin.: 1890.0 Epoche: $1890.0 + t$

$$\Pi = 276.^\circ50 - 18.^\circ663\,t + 13.^\circ61 \sin (\Pi_1 - \Pi_0) - 2.^\circ02 \sin 2\,(\Pi_1 - \Pi_0)$$
$$e = 0.1045 + 0.0236 \cos (\Pi_1 - \Pi_0) - 0.0015 \cos 2\,(\Pi_1 - \Pi_0) + \delta e$$

Äquin. und Epoche: $1888.890 + t$

$$\Pi_1 - \Pi_0 = -\,0.^\circ84 + 19.^\circ191\,(t - 1888.890)$$

$$e\,\delta e = -\,0.00044 \cos [0.^\circ56205\ (\tau - 1889\ \text{Jan. } 8.2)]$$

$$a = 213.''92 + \delta a$$

$$\delta a = -\,0.''757 \cos [0.^\circ56205\ (\tau - 1889\ \text{Jan. } 8.2)]$$

Lebenslauf.

Ich, Rafael Richard Prager, jüdischer Religion, Sohn des Landrabbinen Dr. phil. Isaac Prager, wurde am 30. November 1883 in Hannover geboren. Meine Schulbildung erhielt ich auf dem Kgl. Friedrichs-Gymnasium zu Cassel, das ich Ostern 1901 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Während des Sommersemesters 1901 besuchte ich die Universität Marburg, während des Sommersemesters 1903 die Universität Göttingen, die übrige Zeit meines Studiums verbrachte ich in Berlin. Ich studierte Mathematik und Naturwissenschaften, speziell Astronomie. Ich hörte die Vorlesungen der Herren: Ambronn, Bauschinger, v. Bezold, Blasius, Cohen, Dilthey, v. Drach, Fock, Foerster, Hellmann, Helmert, Hettner, Hilbert, Kekule von Stradonitz, Kirchner, Knoblauch, Kühnemann, E. Landau, Landolt, R. Lehmann, Less, v. Liszt, Marcuse, Meinardus, Minkowski, Nernst, Oldenberg, Paulsen, Peabody, Planck, Pringsheim, Ristenpart, Roethe, Scheiner, Schilling, E. Schmidt, Schmöle, Schottky, Schultz, Schwarz, Schwarzschild, Struve, Stumpf, v. Tuczek, Valentiner, Voigt, Wagner, Warburg, Wiechert, v. Wilamowitz-Moellendorff und beteiligte mich an den Seminarübungen bei Prof. Bauschinger, Foerster, Struve.

Seit dem 1. Januar 1908 bin ich als Hülfsarbeiter bei der Kommission für die Geschichte des Fixsternhimmels an der Kgl. Preußischen Akademie der Wissenschaften beschäftigt.

Die Promotionsprüfung habe ich am 20. Juli 1908 bestanden.

Allen meinen verehrten Lehrern spreche ich an dieser Stelle für die mir zuteil gewordene Anregung und Förderung meiner Studien meinen besten Dank aus.